格子QCDによる原子核の直接計算

— 格子QCDによるヘリウム原子核の研究 —

山崎 剛

名古屋大学素粒子宇宙起源研究機構

Kobayashi-Maskawa Institute for the Origin of Particles and the Universe

藏増 嘉伸 and 宇川 彰 for PACS-CS Collaboration

Refs. PRD81:111504(R)(2010) and arXiv:1105.1418[hep-lat]

「J-PARCで展開される将来の物理」研究会

KEK 2011年6月10日

1. イントロダクション

原子核スペクトラム

殻模型の成功 (1949: Jensen and Mayer)

陽子と中性子が有効自由度

核子スペクトラム (陽子と中性子)

QCD の非摂動論的計算の成功 $\leftarrow$ 格子 QCD, $\cdots$

クォークとグルーオンの自由度

動機 : 原子核の性質や構造を QCD から定量的に理解する

もし原子核を QCD から研究できれば、

1. 原子核スペクトルを再現
2. 観測や計算が難しい原子核 (中性子過剰核等) の性質を予言

格子QCDを用いた多体核子系の研究('09以前)

1. $\Lambda\Lambda$系 (S=−2, I=0)

Hダイバリオン: $\Delta E_H \sim 80$ MeV '77 Jaffe

'85 Mackenzie & Thacker : Quenched QCD

非束縛

'88 Iwasaki *et al.* : Quenched QCD

束縛 : 束縛エネルギー = 500 − 700 MeV

'99 Pochinsky *et al.* : Quenched QCD

非束縛 : $E_{\Lambda\Lambda} - 2m_\Lambda > 110$ MeV

'00 Wetzorke *et al.* : Quenched QCD

非束縛か弱く束縛か判断が難しい

'02 Wetzorke & Karsch : Quenched QCD

非束縛 : 体積依存性

Hダイバリオン: 非束縛

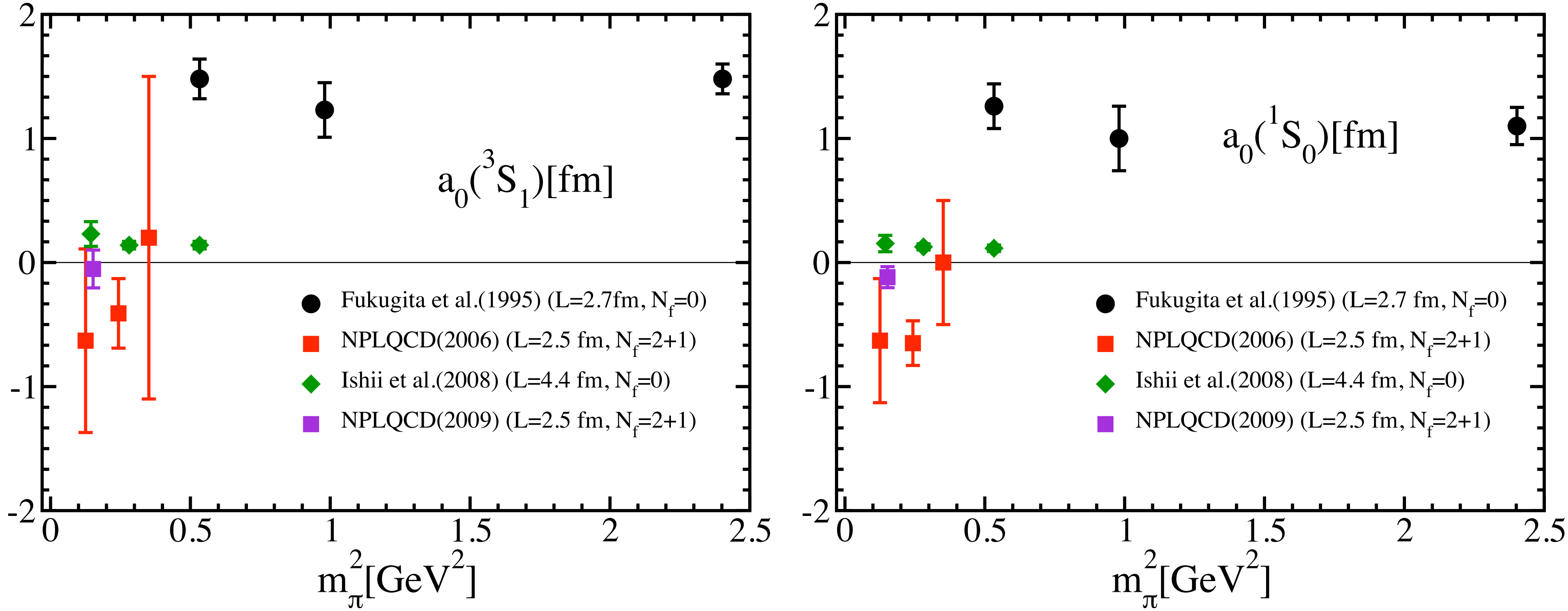
'11 NPLQCD : $N_f = 2+1$ QCD and HALQCD : $N_f = 3$ QCD

$\longrightarrow$ 束縛

格子QCDを用いた多体核子系の研究('09以前)

2. 二体核子NN系 $^3S_1$ and $^1S_0$

重水素: $^3S_1$ channel $\Delta E_d = 2.2$ MeV



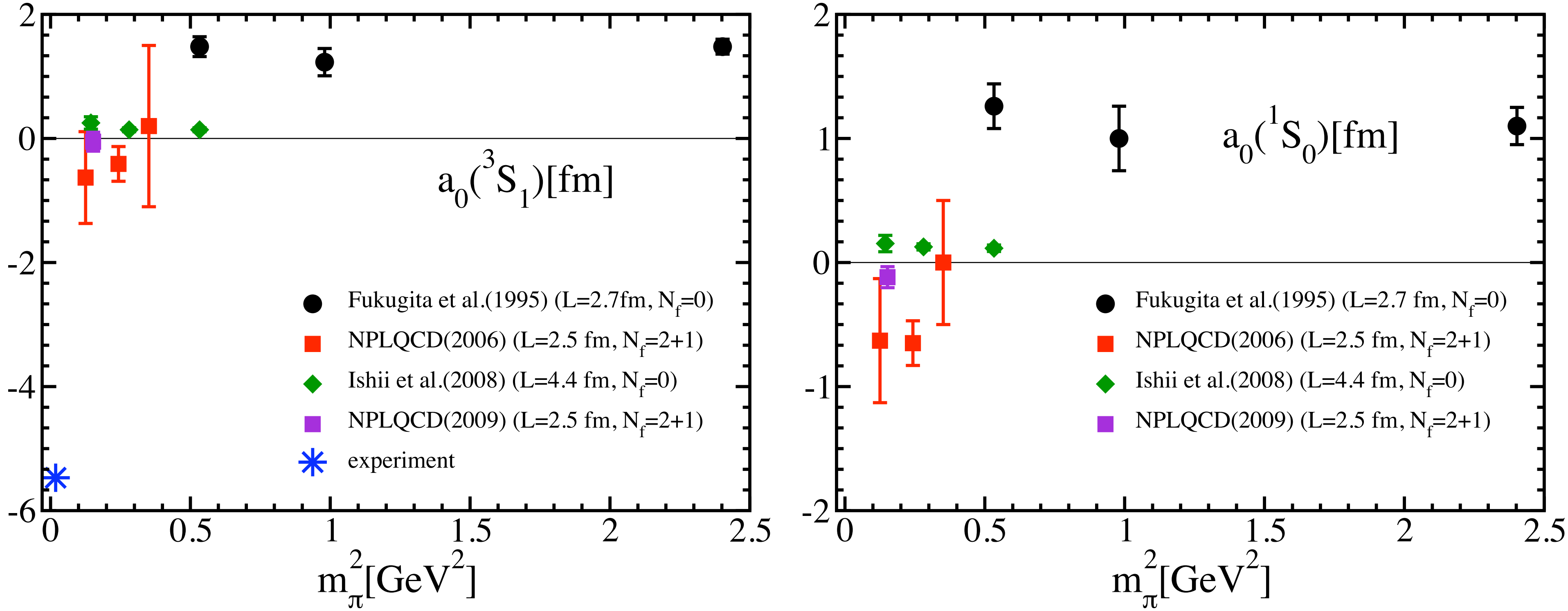
'09 Ishii *et al.*: $N_f = 2+1$ QCD　　波動関数$\rightarrow$ $a_0 > 0$

a_0の符号はcollaborationによってまちまち

格子QCDを用いた多体核子系の研究('09以前)

2. 二体核子NN系 $^3S_1$ and $^1S_0$

重水素: $^3S_1$ channel $\Delta E_d = 2.2$ MeV

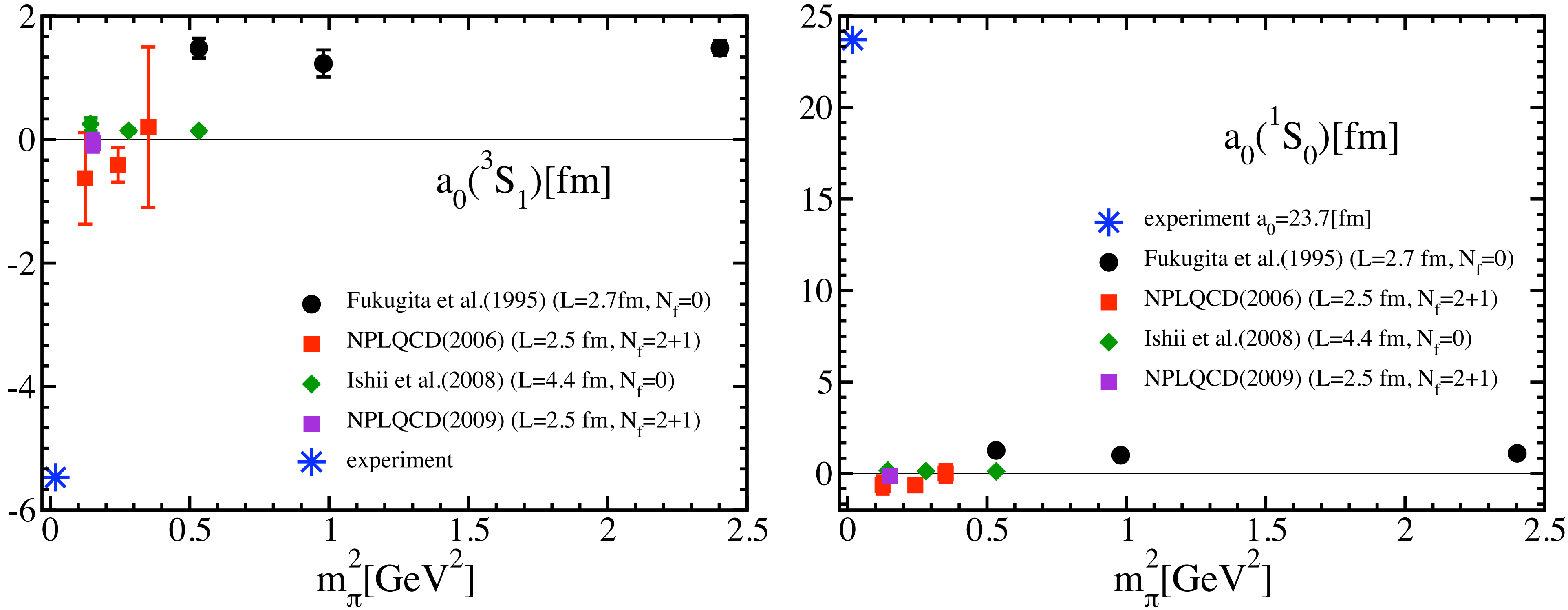


'09 Ishii *et al.*: $N_f = 2+1$ QCD 　　波動関数$\rightarrow a_0 > 0$

格子QCDを用いた多体核子系の研究('09以前)

2. 二体核子NN系 $^3S_1$ and $^1S_0$

重水素: $^3S_1$ channel $\Delta E_d = 2.2$ MeV



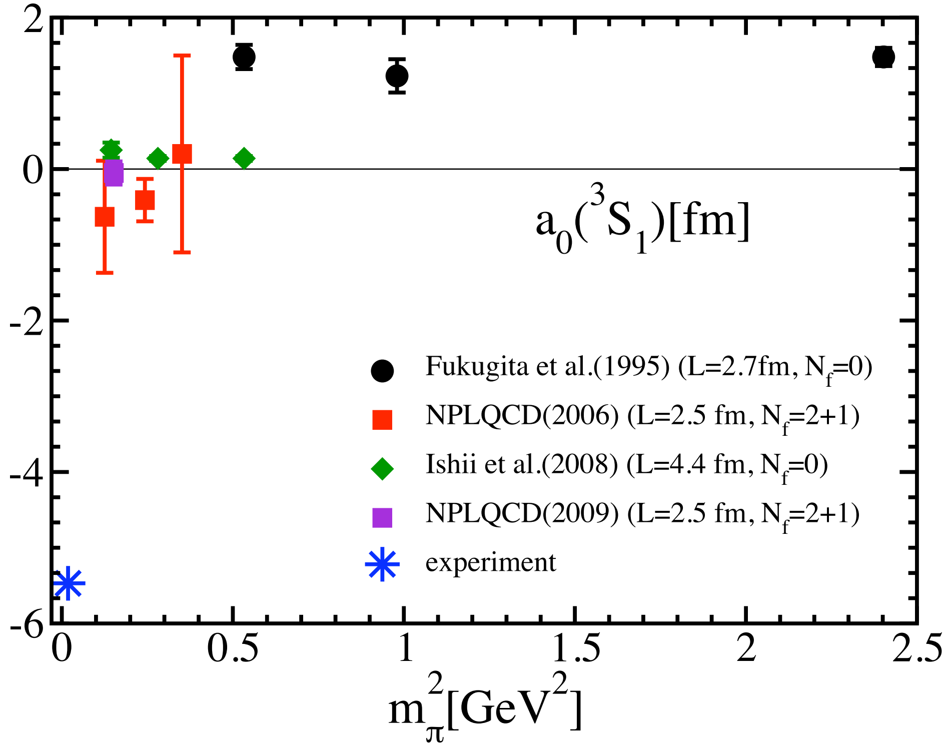
'09 Ishii *et al.*: $N_f = 2+1$ QCD　　波動関数 $\rightarrow a_0 > 0$

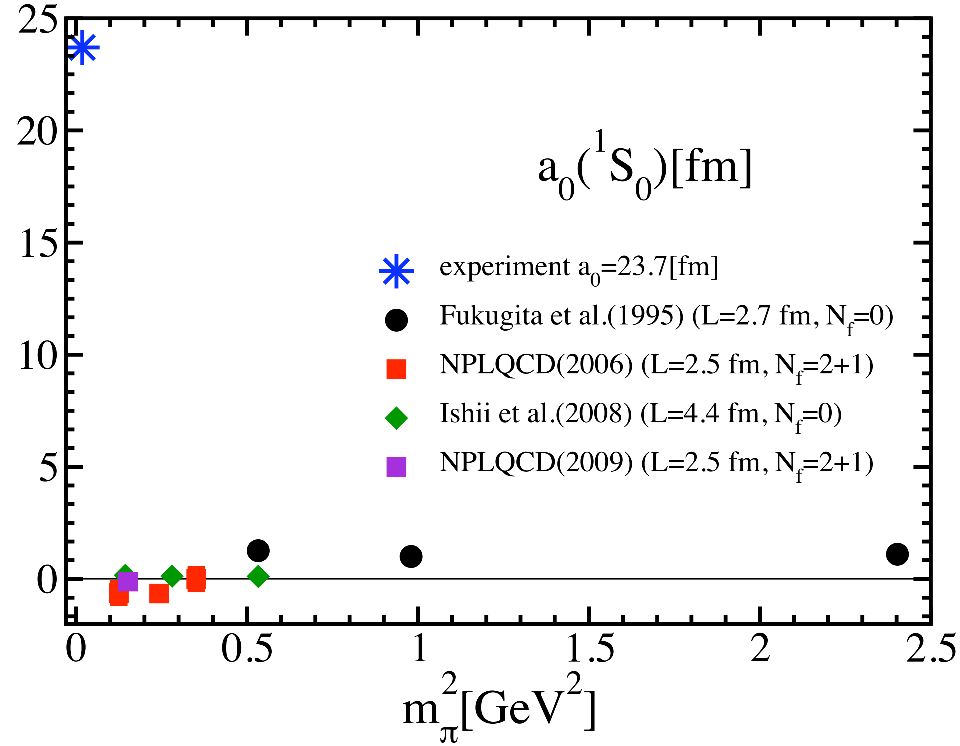
a_0: 実験値から大きく離れているのは $m_\pi \gtrsim 0.3$ GeV だから

格子QCDを用いた多体核子系の研究('09以前)

2. 二体核子NN系 $^3S_1$ and $^1S_0$

重水素: $^3S_1$ channel $\Delta E_d = 2.2$ MeV





'09 Ishii *et al.*: $N_f = 2+1$ QCD　　波動関数 $\to a_0 > 0$

a_0: 実験値から大きく離れているのは $m_\pi \gtrsim 0.3$ GeVだから

仮定) 重水素: $m_\pi \gtrsim 0.3$ GeVなので非束縛

格子QCDを用いた多体核子系の研究('09以前)

3. 三体核子NNN系

三重水素: $J^P = \frac{1}{2}^+$ $I = \frac{1}{2}$ $\Delta E_{\text{Triton}} = 8.5$ MeV

'09 NPLQCD : $N_f = 2+1$ QCD $m_\pi = 0.39$ GeV $L = 2.5$ fm

$\Xi^0\Xi^0 n$ and pnn チャンネル

$$E_{pnn} - 3m_N \gtrsim 0$$

三重水素: おそらく非束縛

'10 Doi : 波動関数$\rightarrow$核子三体力

格子QCDを用いた多体核子系の研究('09以前)

1. ΛΛ系

'85 Mackenzie & Thacker
'88 Iwasaki *et al.*
'99 Pochinsky *et al.*
'00 Wetzorke *et al.*
'02 Wetzorke & Karsch
'09 NPLQCD

Hダイバリオン: 非束縛

2. 二体核子NN系 $^3S_1$ and $^1S_0$

'95 Fukugita *et al.* : Quenched QCD
'06 NPLQCD : $N_f = 2+1$ QCD
'08 Ishii *et al.* : Quenched and $N_f = 2+1$ QCD
'09 NPLQCD : $N_f = 2+1$ QCD

仮定) 重水素:$m_\pi \gtrsim 0.3$ GeVのため非束縛

3. 三体核子NNN系

'09 NPLQCD : $N_f = 2+1$ QCD

三重水素: おそらく非束縛

ヘリウム原子核: 大きな束縛エネルギー$\Delta E_{^4\mathrm{He}} = 28.3$ MeV

二重魔法数 $Z = 2, N = 2$

本研究: ^{4}He, ^{3}He(三重水素)原子核計算の試験的研究

計算概要

ポテンシャルを基礎にしない

多体核子間力を定義しない $\longrightarrow$ QCD から原子核を計算

格子 QCD を用いて 4,3 核子系基底状態エネルギーを計算

昔ながらの計算手法

$$C_N(t) = \langle 0|O(t)O^\dagger(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O|n\rangle\langle n|O^\dagger|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow[t\gg 1]{} A_0\, e^{-E_0 t}$$

O: クォークで構成された ^{4}He, ^{3}He 演算子

E_0 と $4m_N$,$3m_N$ を比較 $\longrightarrow$ 束縛状態?

何が難しいのか?

目次

1. ~~イントロダクション~~

2. 多体核子系束縛状態計算の問題点

   統計誤差

   膨大なウィックコントラクション

   有限体積上での束縛状態識別

3. シミュレーションパラメータ

4. ^{4}He, ^{3}Heの結果

5. まとめと展望

   最近の二体核子(重粒子)系の研究

２．多体核子系束縛状態計算の問題点

一．統計誤差

二．膨大なウィックコントラクション

三．有限体積上での束縛状態識別

一．統計誤差

原子核エネルギーの一般的な計算 (^{4}He: $J^P = 0^+, I = 0$, ^{3}He: $J^P = 1/2^+, I = 1/2$)

$$C_{\mathrm{Nucleus}}(t) \xrightarrow[t \gg 1]{} A\,\mathrm{exp}(-m_{\mathrm{Nucleus}}\, t)$$

N_N 核子系 $C_{\mathrm{Nucleus}}(t)$ の誤差の振舞

$$\frac{\mathrm{noise}}{\mathrm{signal}} \propto \frac{1}{\sqrt{N_{\mathrm{meas}}}}\, \mathrm{exp}\left(N_N \left[m_N - \frac{3}{2} m_\pi\right] t\right)$$

$$\begin{array}{ccc} N_{\mathrm{meas}} & \rightarrow & 小 \\ m_\pi & \rightarrow & 小 \\ N_N & \rightarrow & 大 \end{array} \Rightarrow \frac{\mathrm{noise}}{\mathrm{signal}} \rightarrow 大$$

大きな統計誤差を回避

非物理的な非常に重いクォーク質量:

$$m_\pi = 0.8\ \mathrm{GeV}\ \mathrm{and}\ m_N = 1.62\ \mathrm{GeV}$$

多くの測定 $N_{\mathrm{meas}} = O(10^3)$

将来、物理的クォーク質量で計算を行う場合、根本的な解決方法が必要

二．膨大なウィックコントラクション

$$C_{\mathrm{He}}(t) = \langle 0 | {}^4\mathrm{He}(t) \overline{{}^4\mathrm{He}}(0) | 0 \rangle \text{ with } {}^4\mathrm{He} = p^2 n^2 = [udu]^2 [dud]^2$$

ウィックコントラクションの数 $N_u! \times N_d! = (2N_p + N_n)! \times (2N_n + N_p)!$

同一視可能なコントラクションを含む

^{4}He:	$6! \times 6! = 518400$
^{3}He:	$5! \times 4! = 2880$
例) N:	$2! \times 1 \;\; = 2$

コントラクション数の削減

演算子の対称性

$p \leftrightarrow p$, $n \leftrightarrow n$

アイソスピン: 全ての $p \leftrightarrow n$

異なる二つのコントラクションを同時計算

$u \leftrightarrow u$ in $p(= udu)$ or $d \leftrightarrow d$ in $n(= dud)$

二．膨大なウィックコントラクション (cont'd)

$C_{\mathrm{He}}(t) = \langle 0 | {}^4\mathrm{He}(t) \overline{{}^4\mathrm{He}}(0) | 0 \rangle$ with ${}^4\mathrm{He} = p^2 n^2 = [udu]^2 [dud]^2$

ウィックコントラクションの数 $N_u! \times N_d! = (2N_p + N_n)! \times (2N_n + N_p)!$

同一視可能なコントラクションを含む

$$
\begin{array}{lll}
{}^4\mathrm{He}: & 6! \times 6! = 518400 & \longrightarrow \quad 1107 \\
{}^3\mathrm{He}: & 5! \times 4! = 2880 & \longrightarrow \quad 93
\end{array}
$$

計算コストの削減: 同じディラクとカラーの足を潰す計算を省く

三個のクォークプロパゲータのブロック B_3

シンク側でゼロ運動量核子演算子を組む

二つの B_3 を使ったブロック

1, 2, 3 個のディラクの足を潰す

計算時間: 数日 → 数分

三．有限体積上での束縛状態識別

$$\langle 0|{}^4\mathrm{He}(t)\overline{{}^4\mathrm{He}}(0)|0\rangle \xrightarrow[t\gg 1]{} A\, e^{-Et} \quad ({}^4\mathrm{He}:\ J^P = 0^+, I = 0)$$

得られた基底状態は束縛状態か他の状態か?

量子数では識別不可

N^4, N-^{3}He, $\cdots$ 散乱状態 $\xleftrightarrow[\text{同じ量子数}]{}$ ^{4}He 束縛状態

エネルギーによる識別

	(一つの) 束縛状態	引力散乱状態
無限体積	離散的	連続的
$E - N_N m_N$	$-\Delta E_{\mathrm{bind}} < 0$	≥ 0
有限体積	離散的	離散的
$E - N_N m_N$		

どのくらい有限体積効果があるのか?

三．有限体積上での束縛状態識別

$$\langle 0|{}^4\mathrm{He}(t)\overline{{}^4\mathrm{He}}(0)|0\rangle \xrightarrow[t\gg 1]{} A\,e^{-Et} \quad ({}^4\mathrm{He}:\ J^P = 0^+, I = 0)$$

得られた基底状態は束縛状態か他の状態か?

量子数では識別不可

$$N^4, N\text{-}{}^3\mathrm{He}, \cdots \ \text{散乱状態} \xleftrightarrow[\text{同じ量子数}]{} {}^4\mathrm{He}\,\text{束縛状態}$$

エネルギーによる識別

	(一つの) 束縛状態	引力散乱状態
無限体積	離散的	連続的
$E - N_N m_N$	$-\Delta E_{\mathrm{bind}} < 0$	≥ 0
有限体積	離散的	離散的
$E - N_N m_N$	$-\Delta E_{\mathrm{bind}} + \mathcal{O}(e^{-CL}) < 0$	$\mathcal{O}(1/L^3) < 0$

二体系束縛状態: '04 Beane *et al*, '06 Sasaki and TY

散乱状態: '86, '91 Lüscher, '07 Beane *et al.*

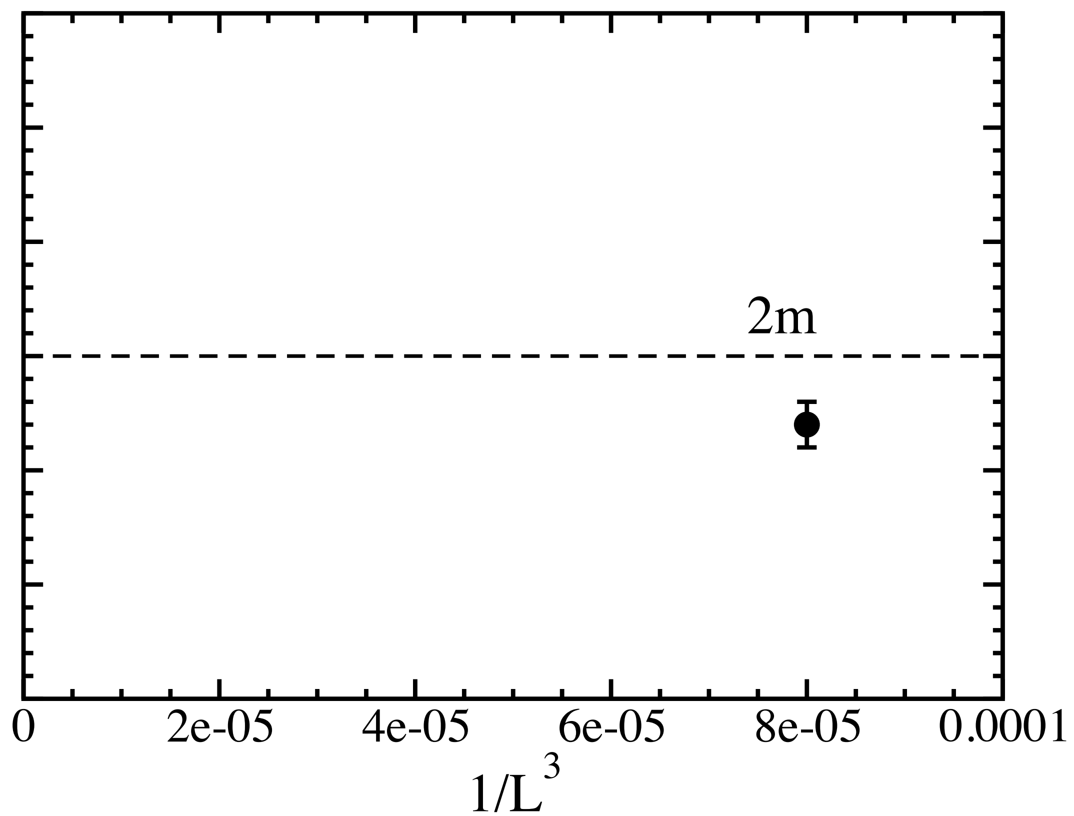
有限体積上ではエネルギーから識別は難しい

三．有限体積上での束縛状態識別 (cont'd)

Example) 二粒子系

$$\langle 0|O(t)O^\dagger(0)|0\rangle \xrightarrow[t\gg 1]{} A\,e^{-Et}$$

小さな $\Delta E = E - 2m < 0$ at 一つの体積 L

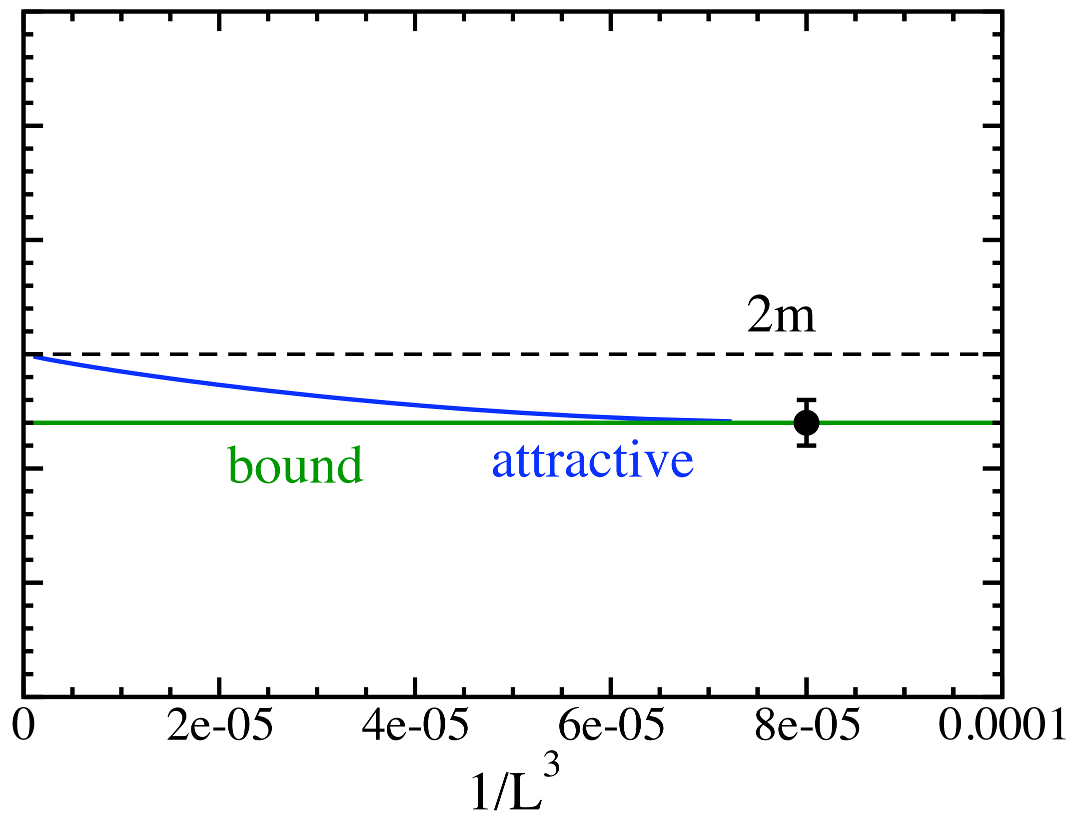


これだけでは束縛状態の識別には不十分

三．有限体積上での束縛状態識別 (cont'd)

Example) 二粒子系

小さな $\Delta E = E - 2m < 0$ at 一つの体積 L



一つの体積では識別は難しい

束縛状態 か 引力散乱状態

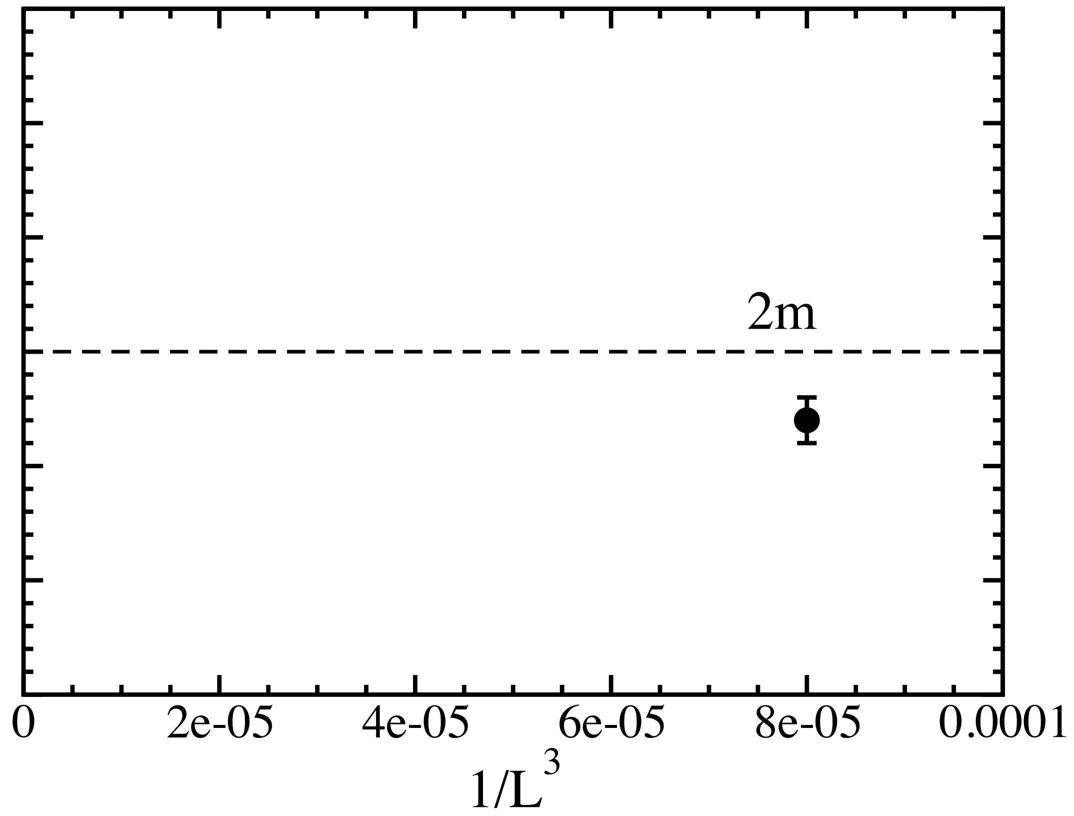
c.f.) N-particle scattering state : $\Delta E = E_{\rm scat} - Nm = O\left(-\frac{{}_N C_2\, a_0}{M L^3}\right)$

Beane *et al.*, PRD76:074507(2007)

三．有限体積上での束縛状態識別 (cont'd)

Example) 二粒子系

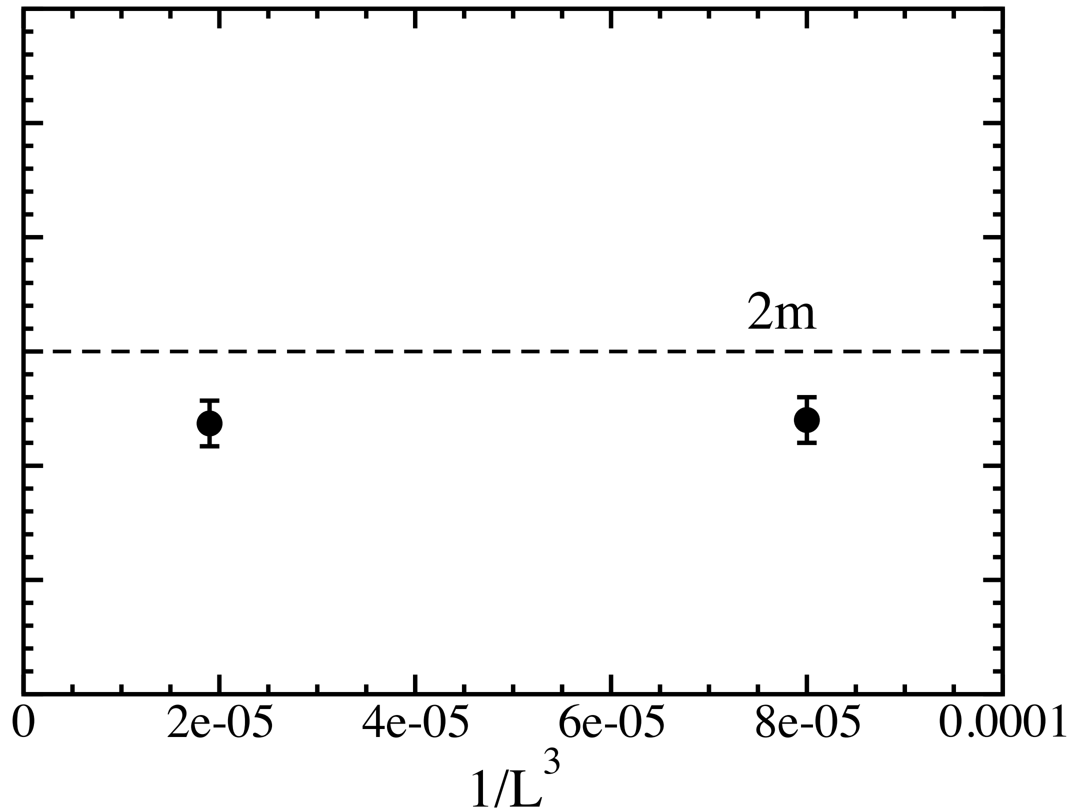
小さな$\Delta E = E - 2m < 0$ at 一つの体積L



三．有限体積上での束縛状態識別 (cont'd)

Example) 二粒子系

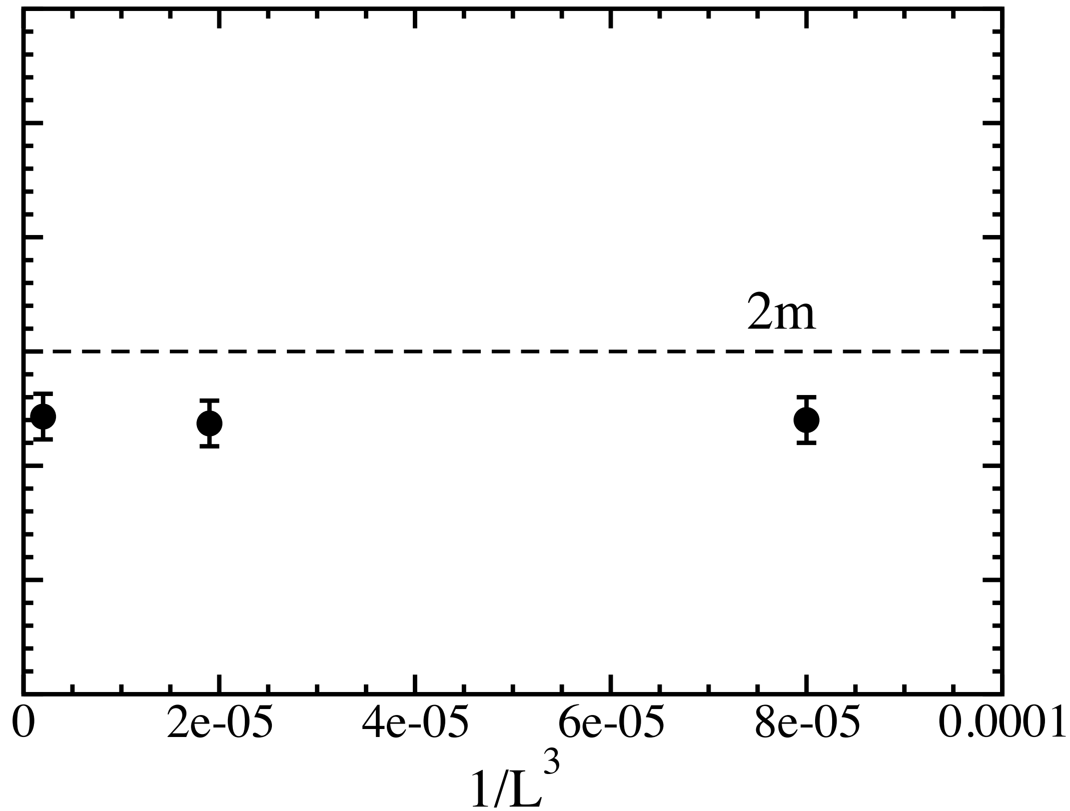
小さな$\Delta E = E - 2m < 0$ at 二つの体積L



三．有限体積上での束縛状態識別 (cont'd)

Example) 二粒子系

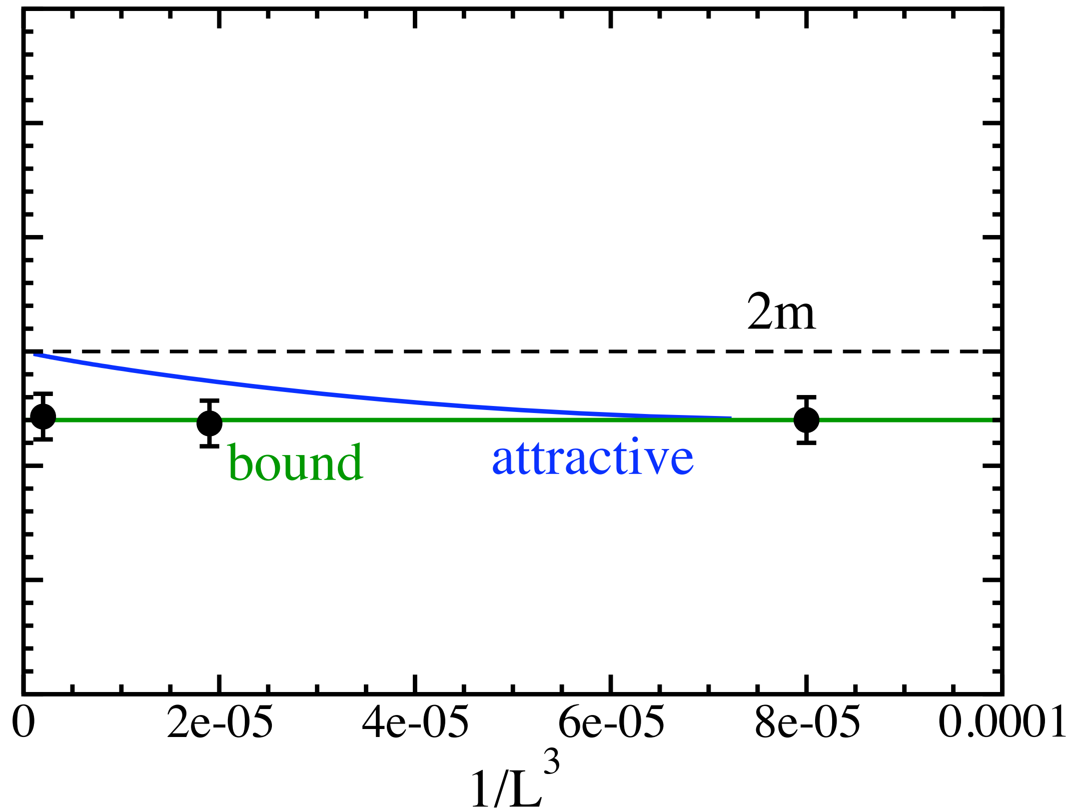
小さな$\Delta E = E - 2m < 0$ at 複数の体積L



三．有限体積上での束縛状態識別 (cont'd)

Example) 二粒子系

小さな $\Delta E = E - 2m < 0$ at 複数の体積 L



束縛状態の識別 $\leftarrow$ ΔE の体積依存性

無限体積極限で定数が残る事を確認 with $L = 3.1, 6.1, 12.3$ fm

他の方法: スペクトラルウェイト: Mathur *et al.*, PRD70:074508(2004)

反周期的境界条件: Ishii *et al.*, PRD71:034001(2005)

3. シミュレーションパラメータ

- クエンチ岩崎ゲージ作用 at $\beta = 2.416$

$$a^{-1} = 1.54 \text{ GeV with } r_0 = 0.49 \text{ fm}$$

- タドポール改良ウィルソンフェルミオン作用

$$m_\pi = 0.8 \text{ GeV and } m_N = 1.62 \text{ GeV}$$

- 三体積

L	L [fm]	N_{conf}	N_{meas}
24	3.1	2500	2
48	6.1	400	12
96	12.3	200	12

- 指数関数smearingクォーク演算子$q(\vec{x}) = A \exp(-B|\vec{x}|)$

$$\begin{aligned} & \qquad\qquad\quad S_1 \qquad\qquad\quad S_2 \\ (A,B) &= (0.5, 0.5),\ (0.5,\ 0.1) \text{ for } L = 24 \\ (A,B) &= (0.5, 0.5),\ (1.0,\ 0.4) \text{ for } L = 48, 96 \end{aligned}$$

- ＋パリティクォーク演算子

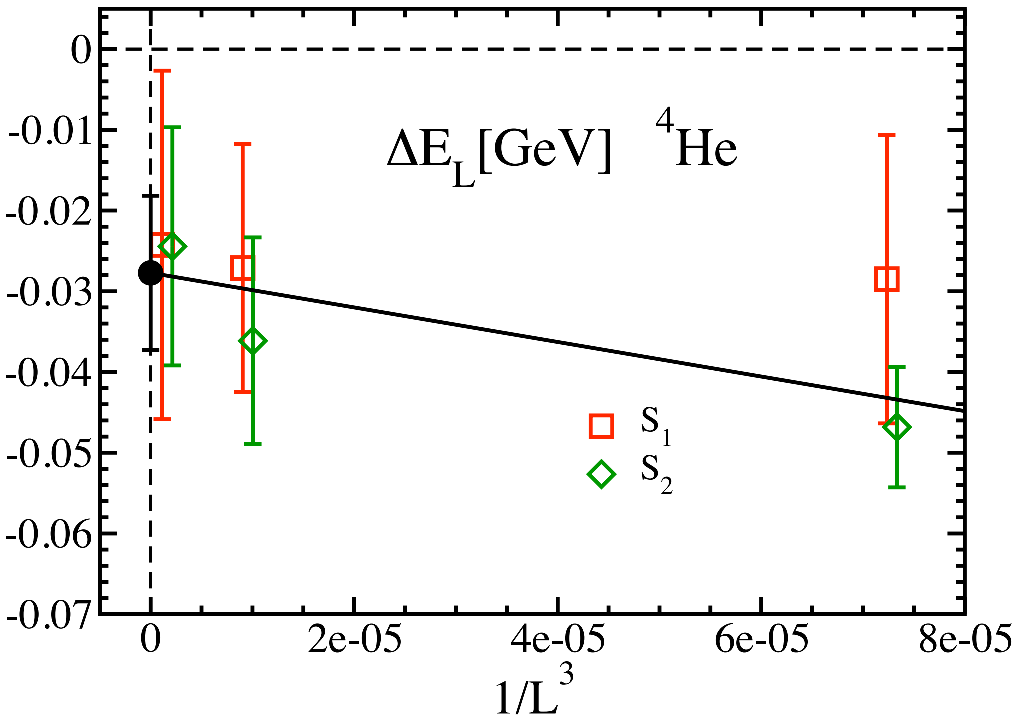
シミュレーション:

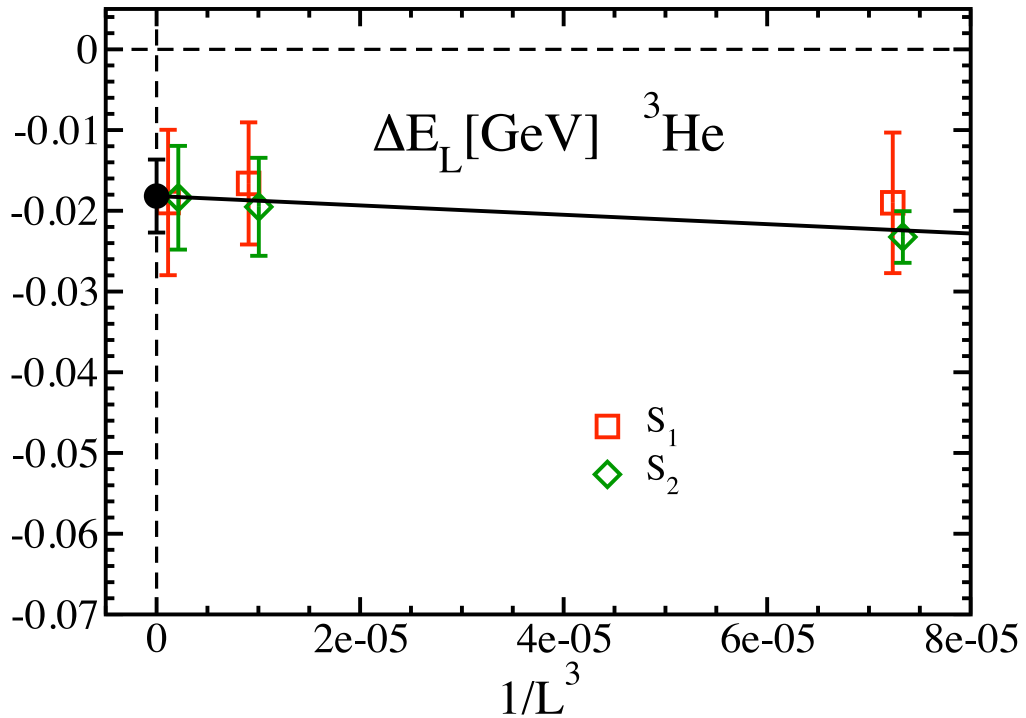
PACS-CS at 筑波大学計算科学研究センター

HA8000 at 東京大学情報基盤センター

4. 結果

^{4}He, ^{3}HeのΔE_Lの体積依存性





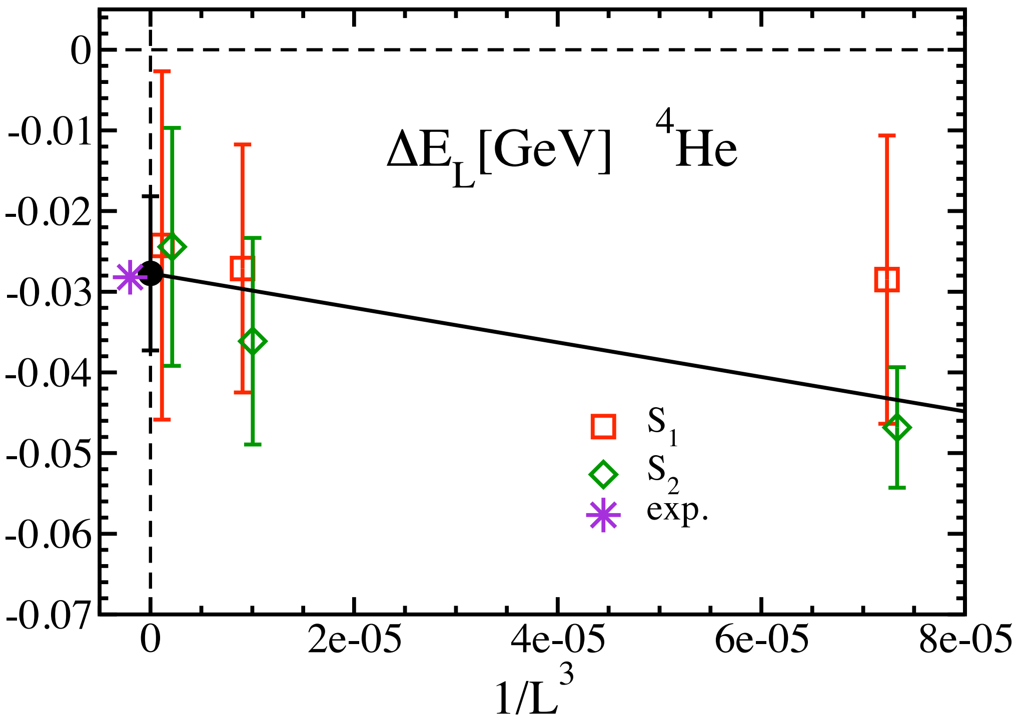
$\Delta E_{^4\text{He}} = 27.7(7.8)(5.5)$ MeV　　$\Delta E_{^3\text{He}} = 18.2(3.5)(2.9)$ MeV

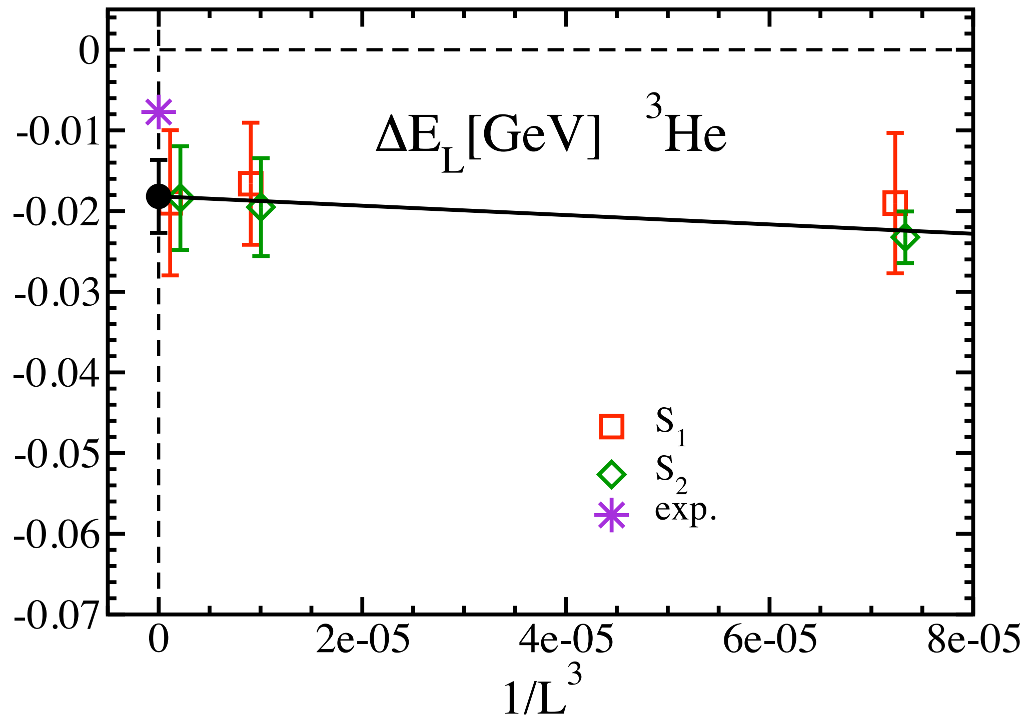
- 三体積で$\Delta E_L < 0 \Leftarrow$ 統計的に独立な三計算
- 小さな体積依存性
- 無限体積極限外挿 with $\Delta E_L = -\Delta E_{\text{He}} + C/L^3$

  無限体積極限で定数が残る
- 束縛エネルギーは実験値と直接比較できない $\Leftarrow$ クォーク質量が非常に重い

4. 結果 (cont'd)

^{4}He, ^{3}He原子核 ΔE_L の体積依存性





$\Delta E_{^4\mathrm{He}} = 27.7(7.8)(5.5)$ MeV　　$\Delta E_{^3\mathrm{He}} = 18.2(3.5)(2.9)$ MeV

- 実験値と同じオーダー
- 束縛の強さは質量数と共に大きくなる振舞は見えない

$\Delta E_{^4\mathrm{He}}/4 = 6.9(2.0)(1.4)$ MeV and $\Delta E_{^3\mathrm{He}}/3 = 6.1(1.2)(1.0)$ MeV

非常に重いクォーク質量が原因?

5. まとめと展望

- クエンチ近似の元でヘリウム原子核の試験的研究を行なった
- 非物理的な非常に重いクォーク質量
- いくつかの方法を使った計算コストの削減
- エネルギー差の体積依存性から束縛状態識別

無限体積で非ゼロエネルギー差が残る

$\rightarrow m_\pi = 0.8$ GeV で ^{4}He と ^{3}He 原子核は束縛する

将来の課題

- 実験値との比較 (クォーク質量依存性，統計誤差)
- さらに大きな原子核 $\Leftarrow$ 新しい方法が必要

$${}^6\text{Li}: (9!)^2 = 131681894400 \xrightarrow[\text{現在の方法}]{} \sim 800000$$

- 重水素 (最も単純な核子束縛状態)
- 異なるフレーバーを入れた計算
- 動的クォーク効果
- 何故、非常に重いクォーク質量で束縛状態ができるのか?

格子QCDを用いた二体核子(重粒子)系の研究('10以降)

'11 Hダイバリオンの研究

	NPLQCD	HALQCD
N_f	2 + 1	3
m_π[MeV]	389	674–1015
ΔE[MeV]	16.6(2.1)(4.6)	35.6(7.4)(4.0)*

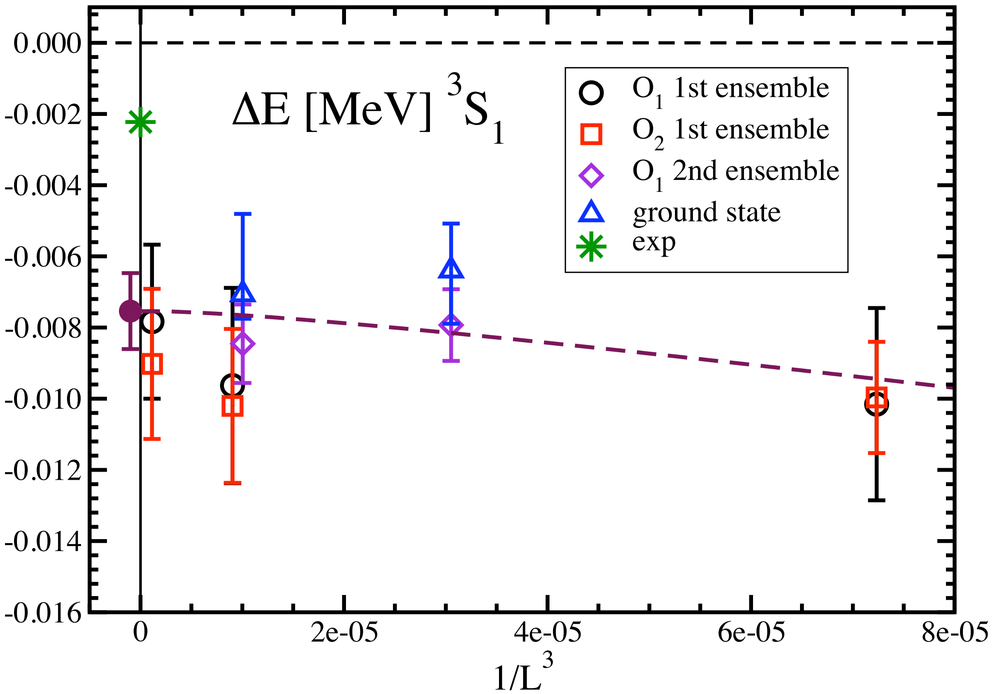
$^*m_\pi = 674$ MeV

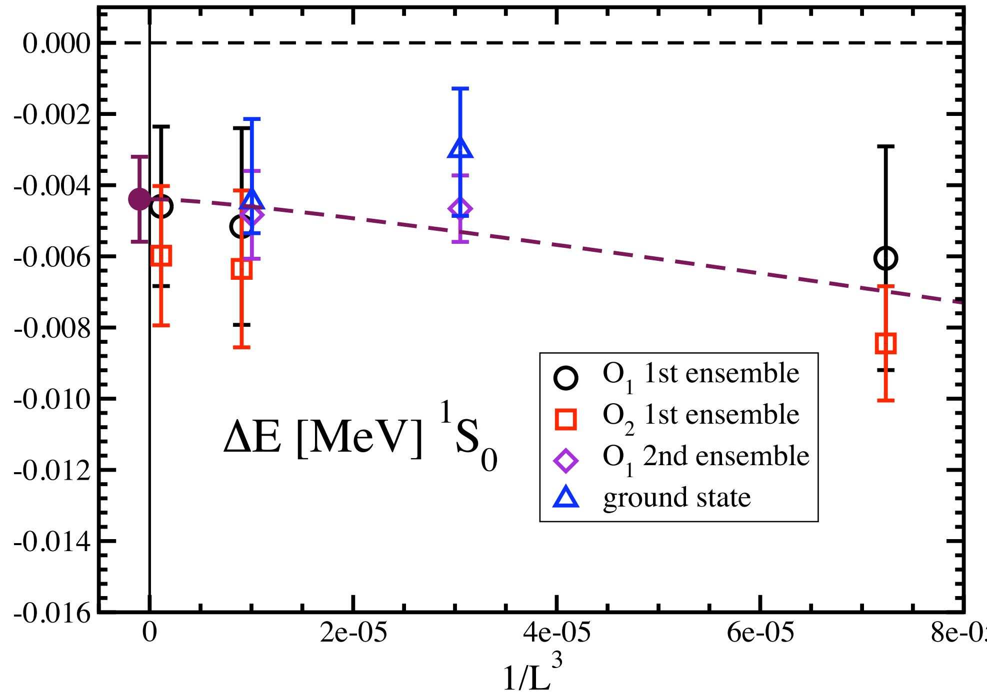
Hダイバリオンは重いクォーク質量では束縛する

'09以前の二体核子系の研究では束縛状態がないと仮定

本当に重いクォーク質量で二体核子束縛状態は存在しないのか?

二体核子系束縛状態の研究 $(N_f = 0, m_\pi = 800\ \mathrm{MeV})$





$$\Delta E = 7.5(0.5)(0.9)\ \mathrm{MeV}$$
$$a_0 = -1.05(24)\binom{+0.05}{-0.65}\ \mathrm{MeV}$$

$$\Delta E = 4.4(0.6)(1.0)\ \mathrm{MeV}$$
$$a_0 = -1.62(24)\binom{+0.01}{-0.75}\ \mathrm{MeV}$$

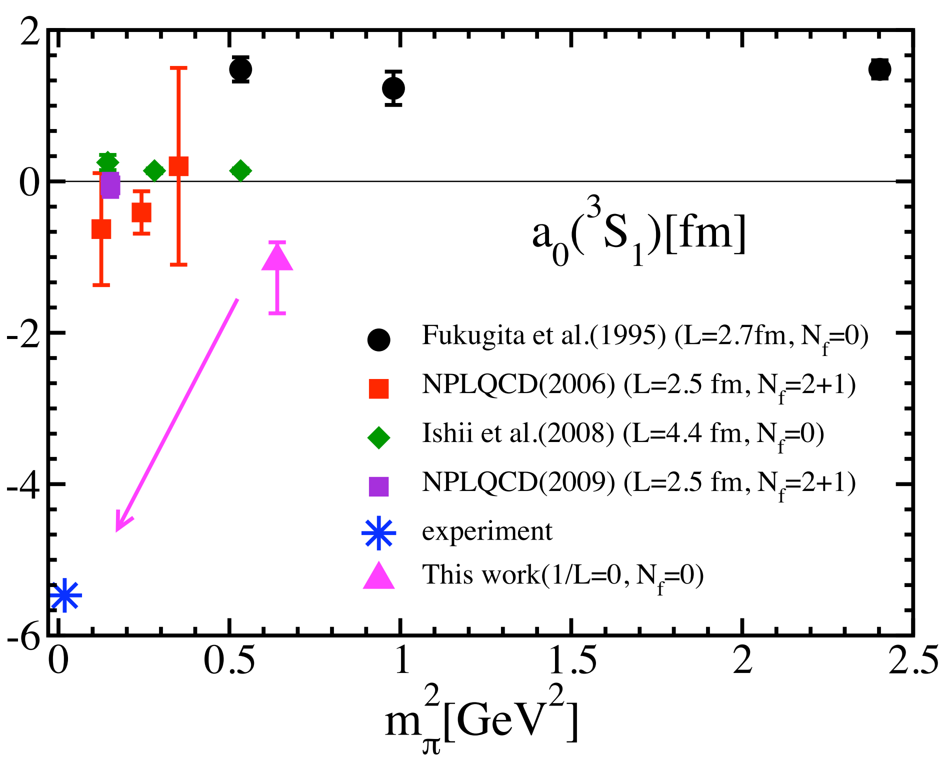
- ${}^3\mathrm{S}_1$: ΔE は実験値の約4倍, a_0 は実験値の約1/5
- ${}^1\mathrm{S}_0$: 束縛状態が存在 $\longrightarrow$ 非常に重いクォーク質量が原因?

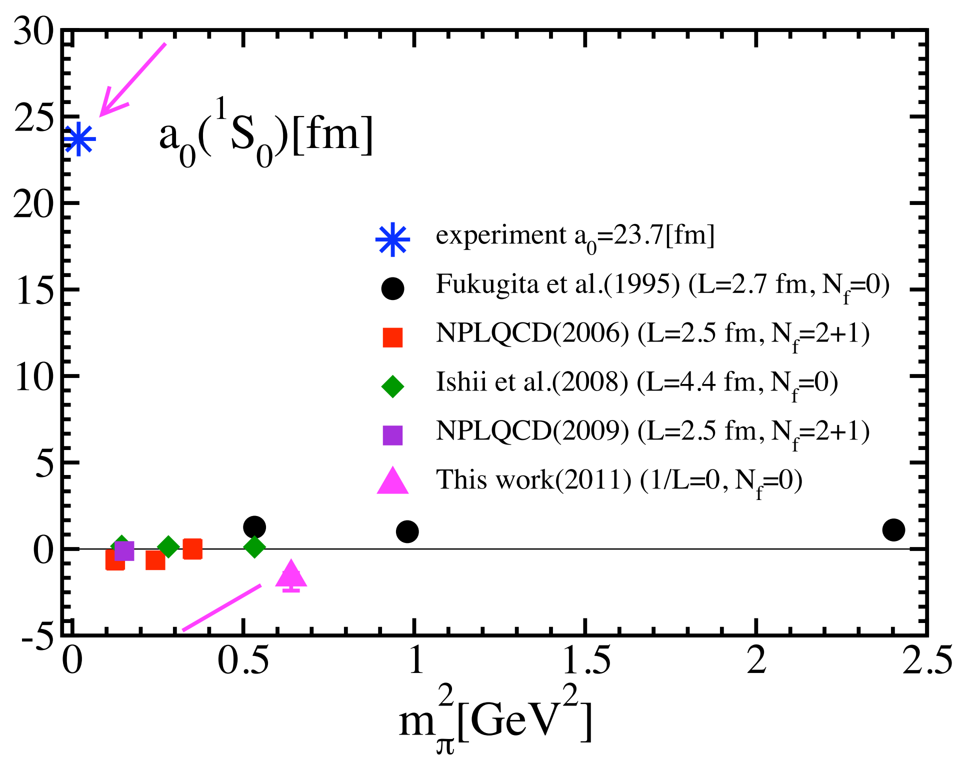
二体核子系束縛状態の研究

期待するクォーク質量依存性 $\leftarrow$ これまでの研究と大きく異なる

クォーク質量が軽くなると

- $^3S_1$: ΔE 減少、$|a_0|$ 増加
- $^1S_0$: ΔE 減少、$|a_0|$ 増加 $\longrightarrow$ 束縛状態消失、$|a_0|$ 発散＋符号反転 $\longrightarrow$ a_0 減少





クォーク質量依存性の調査が重要

5. まとめと展望

- クエンチ近似の元でヘリウム原子核の試験的研究を行なった
- 非物理的な非常に重いクォーク質量
- いくつかの方法を使った計算コストの削減
- エネルギー差の体積依存性から束縛状態識別

無限体積で非ゼロエネルギー差が残る

$\rightarrow m_\pi = 0.8$ GeV で ^{4}He と ^{3}He 原子核は束縛する

将来の課題

- 実験値との比較 (クォーク質量依存性, 統計誤差)
- さらに大きな原子核 $\Leftarrow$ 新しい方法が必要

$$^6\text{Li}: (9!)^2 = 131681894400 \xrightarrow[\text{現在の方法}]{} \sim 800000$$

- 重水素 (最も単純な核子束縛状態)
- 異なるフレーバーを入れた計算
- 動的クォーク効果
- 何故、非常に重いクォーク質量で束縛状態ができるのか?