成果報告: 課題3

超新星爆発とブラックホール誕生過程の解明

課題統括責任者：柴田大(京都大学基礎物理学研究所)

関口 雄一郎（京都大学基礎物理学研究所）

課題３のテーマ

- 超新星爆発
  - 空間3次元、位相空間1次元の輻射流体シミュレーション
    - 従来は空間2次元。京によって3次元計算が可能に
  - 空間3次元、位相空間3次元のボルツマン輻射流体シミュレーション
    - 試みられたことすらない＝定式化、コードの構築からのスタート
- 空間3次元の一般相対論的磁気流体計算
  - 連星中性子星合体シミュレーション *new！*
    - 京によりこれまでにない高解像度計算が可能に
- 空間3次元、位相空間1次元の一般相対論的輻射流体計算
  - ブラックホール形成 or 連星中性子星合体
    - 定式化、コードの構築からのスタート

超新星爆発

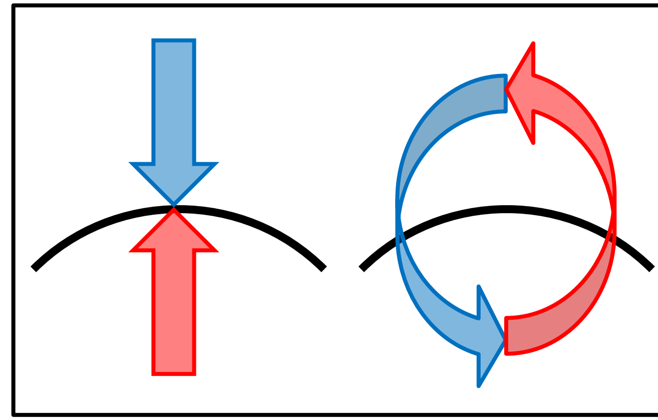
- 恒星の進化の最終段階で、鉄族元素からなる中心核(M~1太陽質量, R~数1000km)が重力崩壊して、原始中性子星(R~10km)が形成される

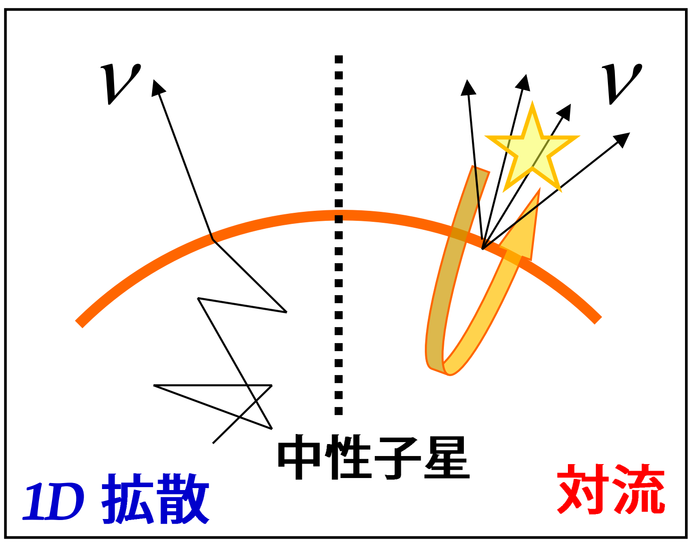
$$\boxed{E_G \sim \frac{GM^2}{R_{\mathrm{NS}}} - \frac{GM^2}{R_{\mathrm{NS}}} \sim 10^{53}\,\mathrm{erg}}$$

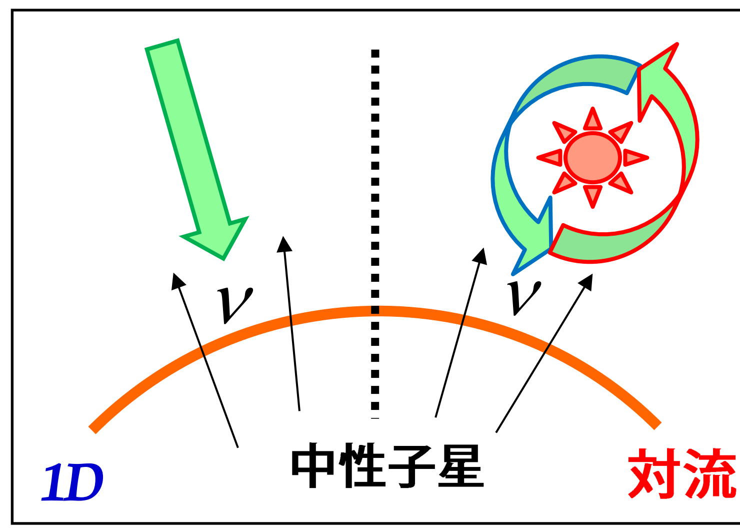
- 解放される重力エネルギーのほとんどはニュートリノによって運び去られる
  - カミオカンデにおける超新星1987A からのニュートリノ検出
    ⇒ 小柴さんノーベル賞
  - 一部が外層物質に渡され爆発する
    (標準的モデル)
- 爆発のエネルギーは ~10^{51}erg
  - エネルギー保存が肝要
  - 半世紀にわたる問題

そもそも自己重力束縛系(全エネルギーは負)

- エネルギーを外に輸送する機構が必要不可欠
  - **対流** / 乱流 (重力; 流体; 磁場)
  - 音波 / 衝撃波 (流体; 状態方程式 課題1, 2)
  - **ニュートリノ輻射輸送 (弱い相互作用)**
- 輸送における次元の問題
  - 球対称(空間1次元)では爆発しない



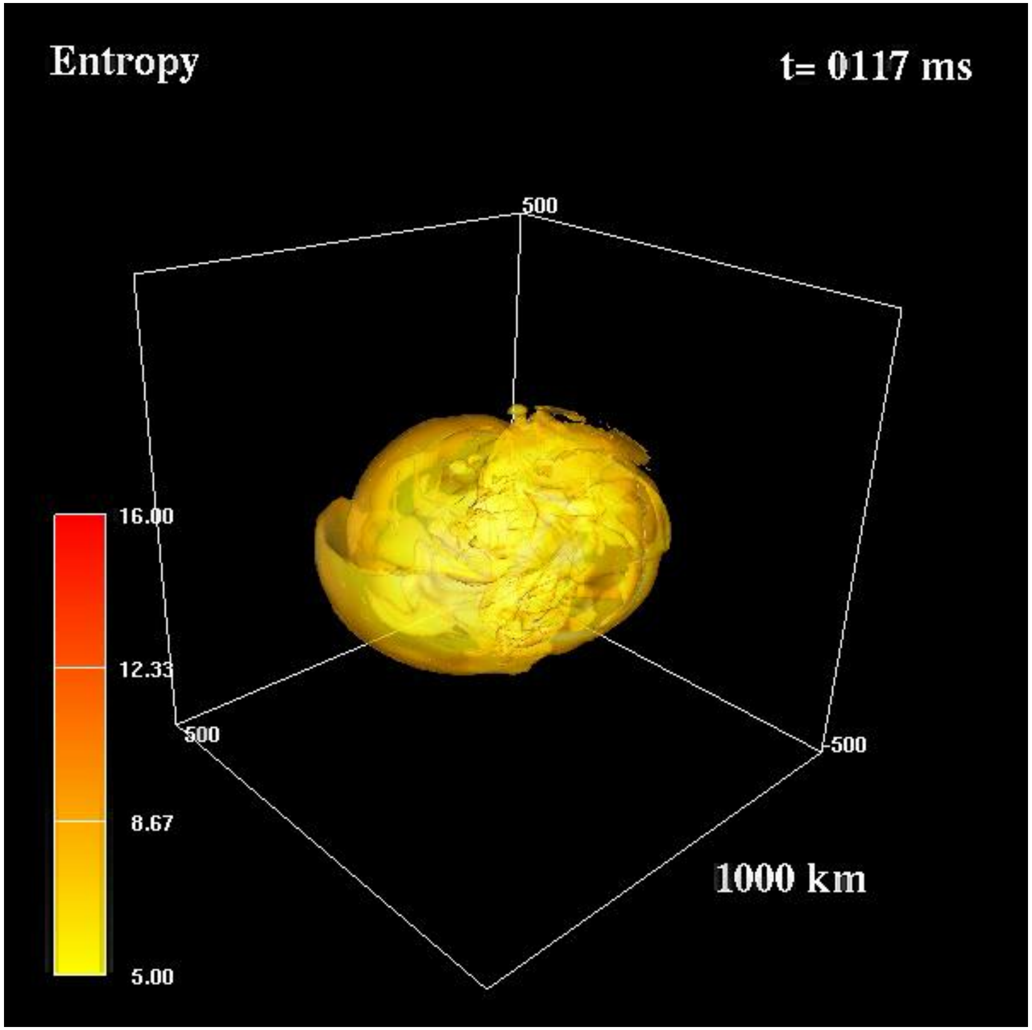




超新星爆発シミュレーション(滝脇,諏訪,固武)

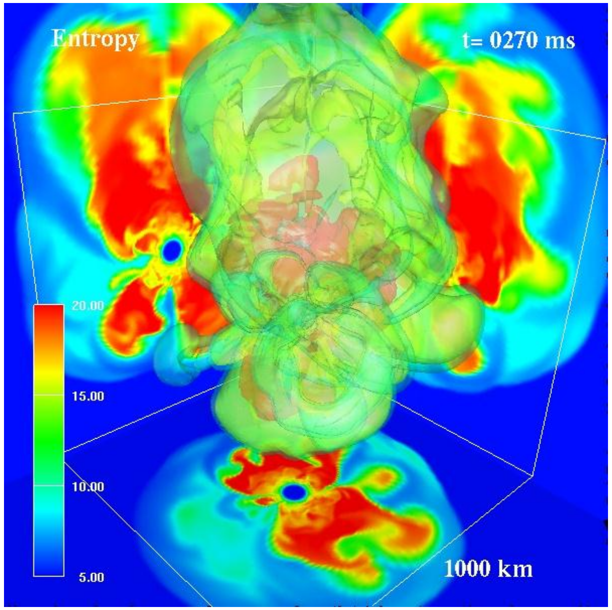
- 課題の概要：
  - 空間3次元・位相空間1次元($\sigma \propto \varepsilon^2$)のニュートリノ輻射流体計算を、世界最高解像度で実行し、ニュートリノ加熱による超新星爆発機構を実証する

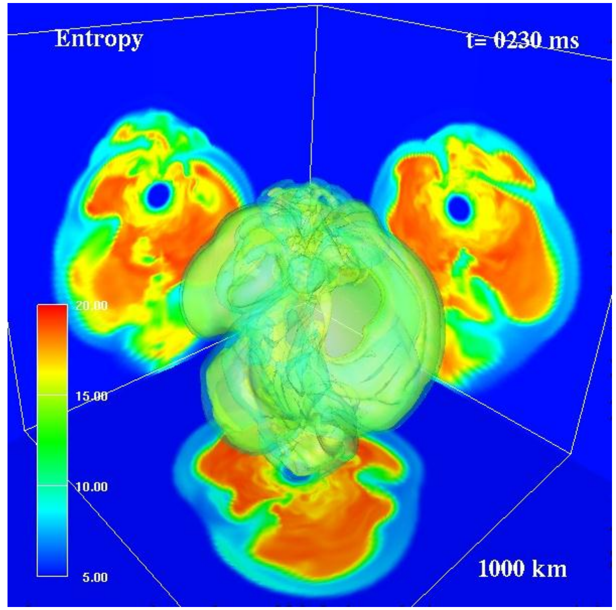
2012年度成果①：自転の効果

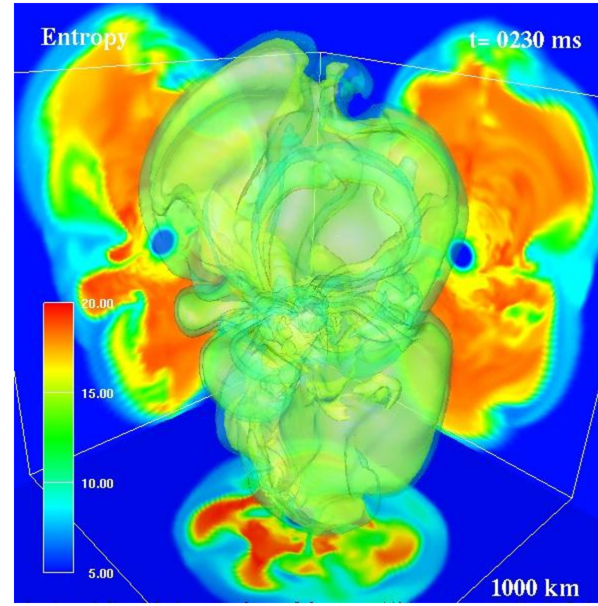


- 3次元計算では赤道方向に強く爆発
- 爆発エネルギーは観測される典型値(10^{51} erg) と同程度(≒1/2) に
- 2次元軸対称計算との違い
  - 爆発は北極・南極方向に指向性を持つ
  - 弱い爆発 ~ 10^{49} erg
- 詳しくは6日の滝脇さんのtalk

2012年度成果②：強い摂動依存性







- 摂動の与え方によって結果が大きく異なる
  - 競合するグループ間での結果の違いの一因か
- 今回初めて明らかになった、今後考慮するべき点
- 多数の計算を行って平均的な振る舞いを見ることが必要

超新星爆発シミュレーション(滝脇,諏訪,固武)

- 課題の概要：
  - 空間3次元・位相空間1次元のニュートリノ輻射流体計算を、世界最高解像度で実行し、ニュートリノ加熱による超新星爆発機構を実証
- 2012年度の成果
  - チューニングの結果、実行効率10%弱を達成
  - 太陽質量の11.2倍の恒星の場合にシミュレーションを実行し、爆発現象の再現に成功
  - 自転の効果：爆発エネルギーが典型的な超新星爆発のエネルギーの 1/10~1/100 ⇒ 1/2 に
  - Stochastic behavior (きわめて強い摂動依存性)の発見
- 2013年度の予定
  - 親星、入力物理(状態方程式、一般相対論効果)を変えた計算

6次元ボルツマン輻射輸送による超新星爆発

住吉光介(沼津高専), 長倉洋樹(早大/京大), 山田章一(早大),
滝脇知也(NAOJ), 松古栄夫(KEK), 今倉暁, 櫻井鉄也（筑波大）

- **課題の概要**：
  - 空間3次元・位相空間3次元のボルツマン輻射流体コードを構築し、超新星爆発計算を京で実行する

2012年度成果①：3+3次元ボルツマン輸送

- 6(+1)次元ニュートリノ分布関数に対する輸送方程式
- stiff collision term
- 大規模疎行列の反転
- 前処理＋反復法
  - 最適化前処理（今倉）

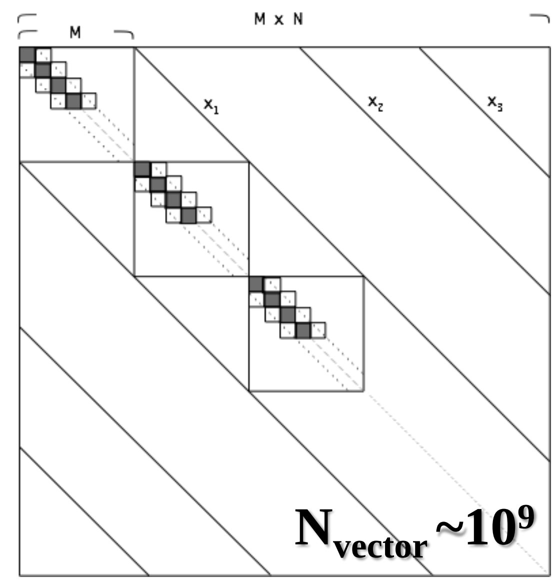
    Imakura et al. JSIAM (2012)

$$f_\nu(\vec{x},\varepsilon_\nu,\theta_\nu,\phi_\nu;t)$$

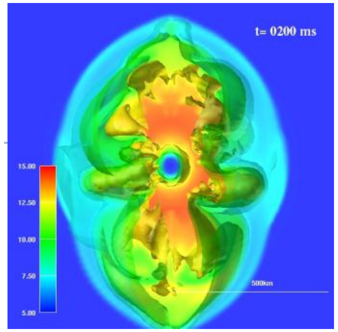
$$\frac{1}{c}\frac{\partial f_\nu}{\partial t}+\vec{n}_{6D}\cdot\vec{\nabla}_{6D}\, f_\nu = C[f_\nu]$$

$$\mathbf{A}\vec{\mathbf{f}}_\nu = \vec{\mathbf{b}}$$

- 計算規模例：
  - N_{space}=256x64x32,　N_ν=6x12x14
  - ν分布： 13GB, 行列: 1.6TB
  - KEK, SR16000, 8node, 128MPI
  - BG/Q, ~2048MPIまで並列テスト済

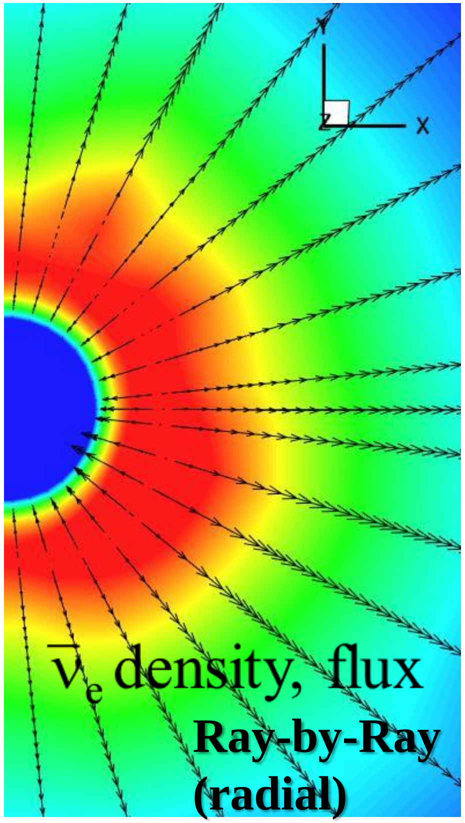
$\mathbf{A} =$ 

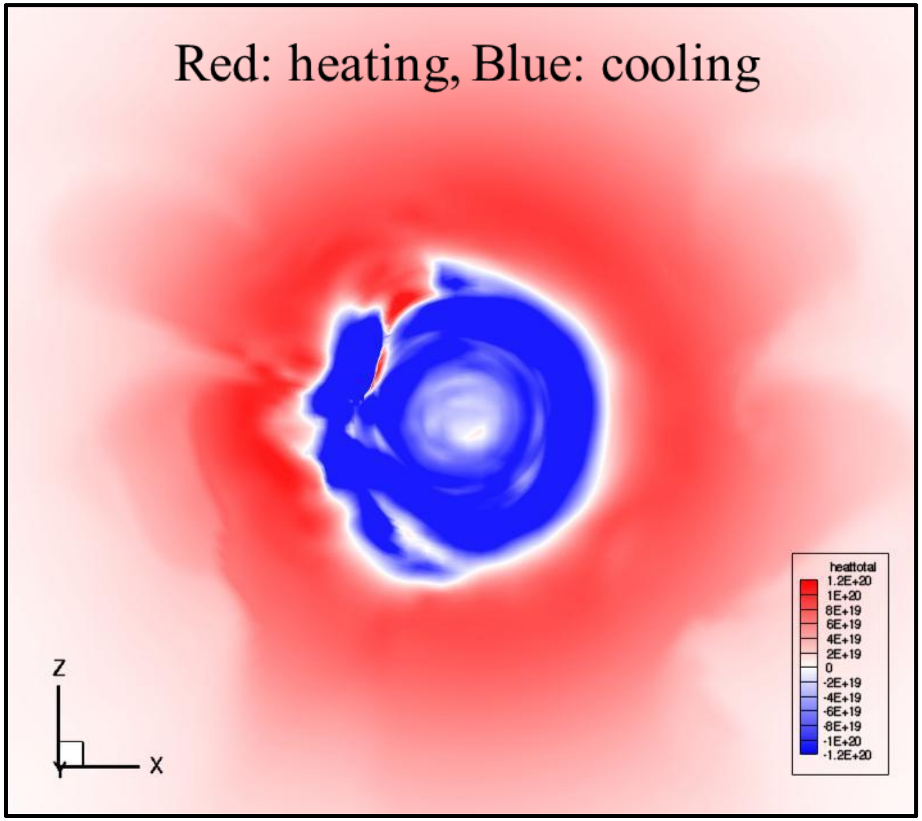
Takiwaki et al. (2012)

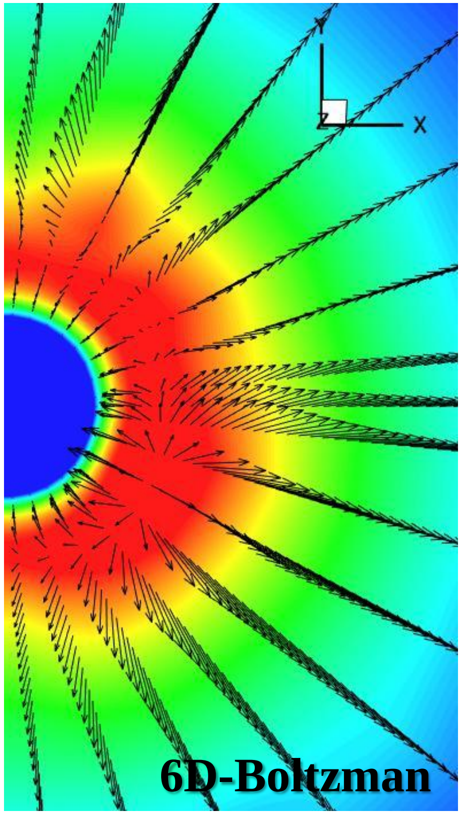


2012年度成果②：応用計算例

- 任意の背景流体場において輻射輸送計算可能
- 超新星爆発の3Dシミュレーションの場合の例







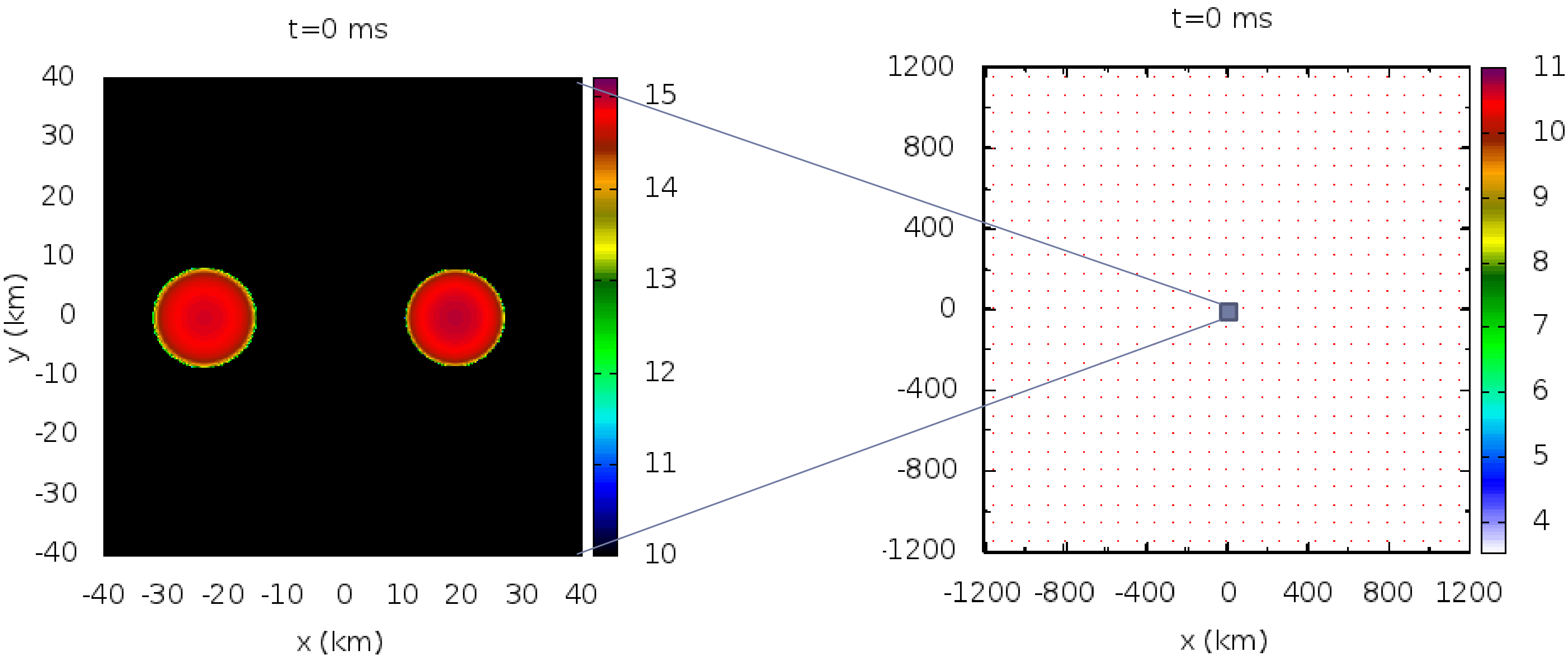
6次元ボルツマン輻射輸送による超新星爆発

住吉光介(沼津高専), 長倉洋樹(早大/京大), 山田章一(早大),
滝脇知也(NAOJ), 松古栄夫(KEK), 今倉暁, 櫻井鉄也（筑波大）

- **課題の概要**：
  - 空間3次元・位相空間3次元のボルツマン輻射流体コードを構築し、超新星爆発計算を京で実行する
- **2012年度の成果**
  - 空間3次元・位相空間3次元のニュートリノ輻射輸送コードの構築（世界初！）
  - 超新星爆発シミュレーションの流体背景場への適用
    - 様々な輸送効果が初めて明らかに！詳しくは6日の住吉さんの talk
- **今後の予定**
  - 流体コード(完成済み)との結合 ⇒ 輻射流体計算 (on going)
  - 特殊相対論補正の組み込み (on going)
  - 京に向けたチューニング

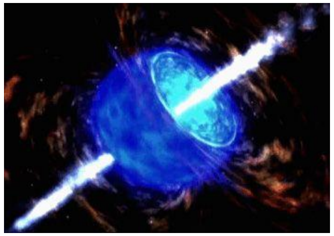
連星中性子星の合体

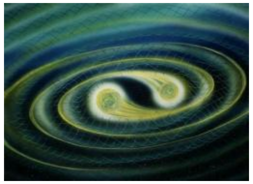
- 標準シナリオ：合体 ⇒ 大質量中性子星 ⇒ BH + 降着円盤
  - 典型的な中性子星の質量：1.35~1.4 太陽質量　⇒ 総質量2.7~2.8太陽質量
  - 中性子星最大質量：1.97太陽質量
  - 回転と熱エネルギーにより”大質量中性子星”が過渡的に形成
- 質量放出を伴う(太陽質量の1/1000~1/100)

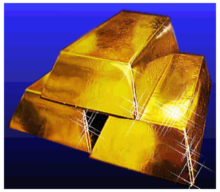


連星中性子星の合体

- **連星中性子星に資源投入する理由**
  - 周辺分野との関連で高まる期待・重要性
  - **ガンマ線バーストの起源**：(figure from NASA)
    - 標準シナリオ(合体→大質量中性子星→ブラックホール降着円盤) ＋ 磁場/ニュートリノ
  - **重力波の電磁波対応天体**：(figure from web.mit.edu)
    - **合体質量放出に起因する電磁波放射**が2010年頃から急速に注目
    - 重力波初検出(=ノーベル賞)における重要課題の一つに！
  - **重元素の起源**：
    - 超新星爆発では合成が困難(シミュレーションの進展により明らかに)
    - ⇒ 連星合体における rapid neutron capture (R過程元素合成)
  - 数値相対論計算でのみ決定的な知見が得られる
    - 世界的にもトップランナー：マイルストーン的シミュレーション





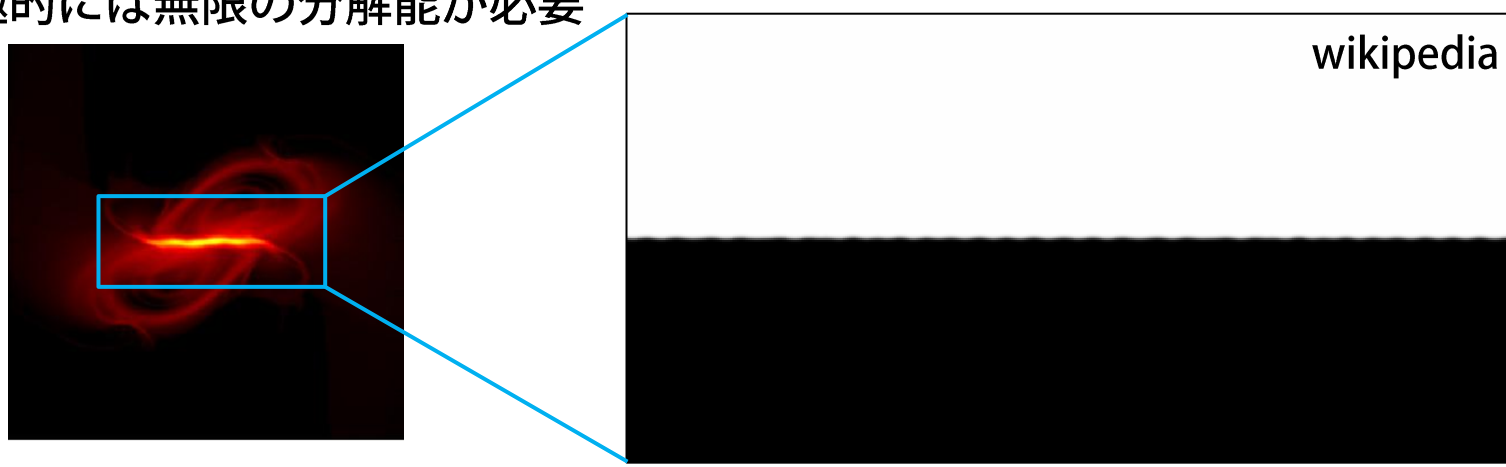


連星中性子星合体の一般相対論的磁気流体シミュレーション(木内)

- **課題の概要**
  - 連星中性子星の合体→大質量中性子星→BH降着円盤形性の一連の進化における、磁気流体不安定性による磁場増幅機構とその重要性を高解像度シミュレーションによって解明する
- **高解像度計算の必要性**
  - 磁場増幅機構の解明には(磁気)流体不安定モードの解像が必要

連星中性子星合体の一般相対論的磁気流体シミュレーション(木内)

- **課題の概要**
  - 連星中性子星の合体→大質量中性子星→BH降着円盤形性の一連の進化における、磁気流体不安定性による磁場増幅機構とその重要性を高解像度シミュレーションによって解明する
- **高解像度計算の必要性**
  - 磁場増幅機構の解明には(磁気)流体不安定モードの解像が必要
  - ケルビンヘルムホルツ不安定性(合体時)
    - 究極的には無限の分解能が必要



連星中性子星合体の一般相対論的磁気流体シミュレーション(木内)

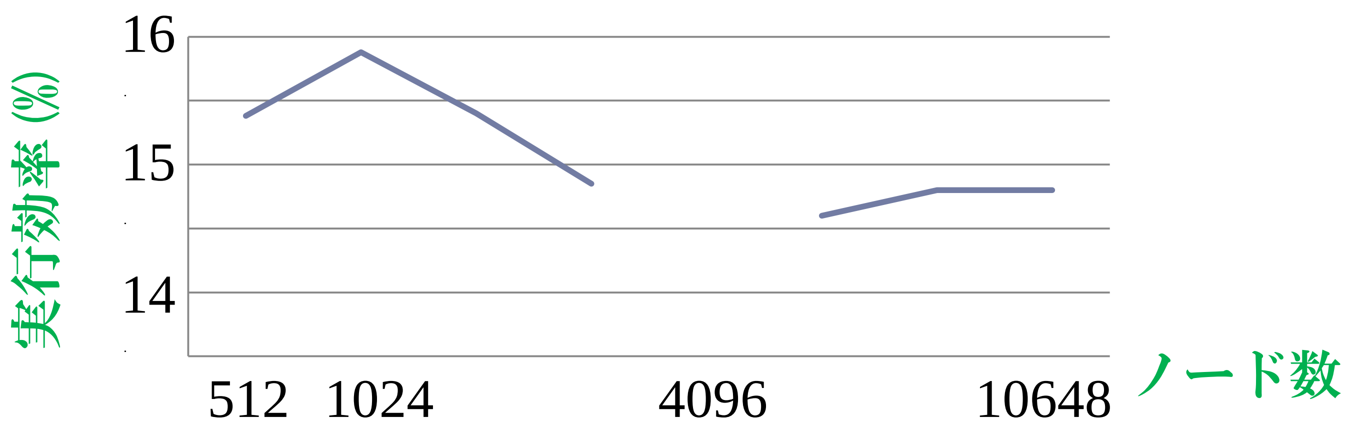
- **課題の概要**
  - 連星中性子星の合体→大質量中性子星→BH降着円盤形性の一連の進化における、磁気流体不安定性による磁場増幅機構とその重要性を高解像度シミュレーションによって解明する
- **高解像度計算の必要性**
  - 磁場増幅機構の解明には(磁気)流体不安定モードの解像が必要
  - ケルビンヘルムホルツ不安定性
    - 究極的には無限の分解能が必要
  - 磁気回転不安定性(ブラックホール周りの降着円盤)
    - 最大成長波長の分解

$$\lambda_{\rm MRI}^{\rm max} \sim 1.6\,{\rm km}\left(\frac{\rho}{10^{12}\,g/{\rm cm}^3}\right)^{-1/2}\left(\frac{B}{10^{15}\,G}\right)\left(\frac{\Omega}{10^4\,{\rm rad/s}}\right)^{-1}$$

  - 多層格子法の適用
    - 重力波の波長(数100km)を同時にカバー

2012年度成果①：京を用いたチューニング

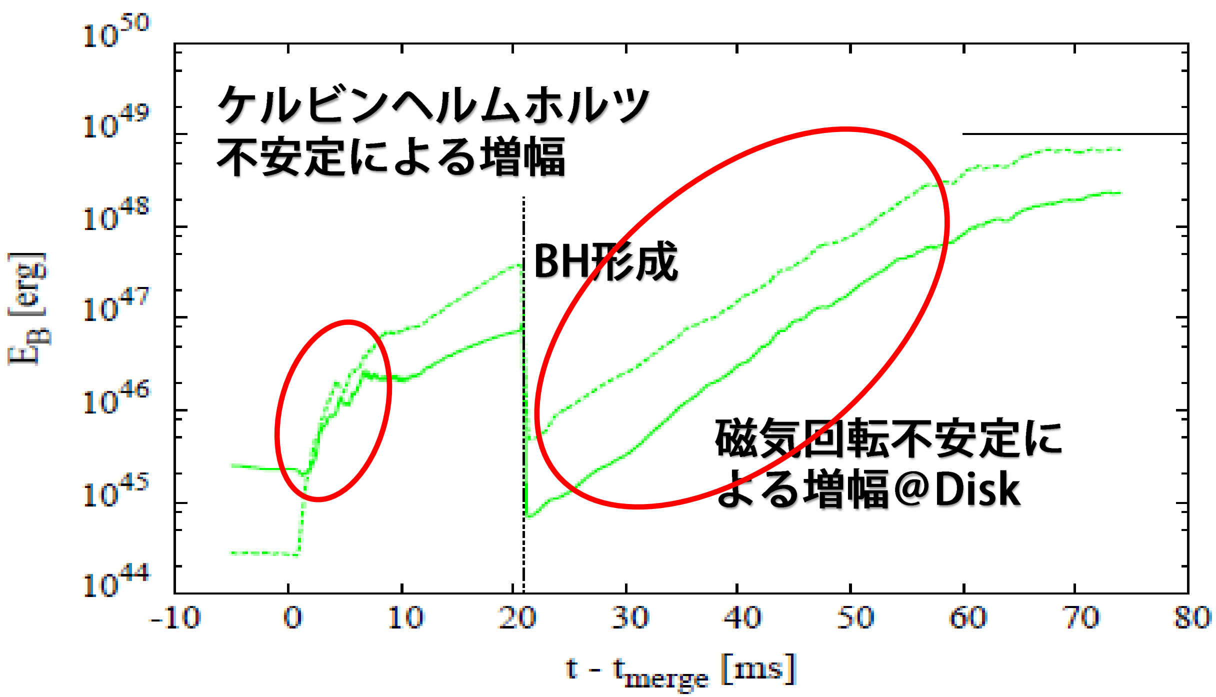
- 単体ノードチューニング：**実効性能20%**
  - メインメモリスループット40Gbyte/s
  - 京理論値:64Gbyte/s, 実測値46Gbyte/s
- ノード間通信チューニング：**weak scale 並列化効率97%**
  - 10,648ノードまで良いスケーリング



- 全体的な(I/O等を含めた)実行効率：**10%前後**

2012年度成果②：中規模シミュレーション

- 状態方程式：相対論的平均場に基づくもの + thermal part
- 連星質量：1.35-1.35太陽質量
- 解像度：dx_{min} = 110m, 660×660×660×7(多層格子の段数)
- 計算量：実時間100ms, 約70万ステップ, 40万ノード時間



2013年度の予定

- 大規模計算の実行、収束性の確認
  - 解像度：グリッド幅=80m、4096ノード
  - 格子点：(各階層の格子点)^3×(階層の段数)=1056^3×7
  - 時間ステップ：約100万、約100ms
  - 所要計算時間：約200万ノード時間の見込み
- Reference model となる計算を確立
- 質量、状態方程式、磁場強度を変えたサイエンスラン

一般相対論的ニュートリノ輻射流体計算(関口,木内)

- **課題の概要**：
  - 空間3次元、位相空間1次元の一般相対論的輻射流体コードを構築し、京によるシミュレーションでブラックホール形成過程(大質量星の重力崩壊 or 連星中性子星合体)を解明する

(一般)相対論にすると何が難しいか？

- 拘束条件(~∇B=0 in 磁気流体計算)
  - エネルギー・運動量保存が計算を破綻させないためにも重要に
- 相対論的カップリング
  - 密度とローレンツ因子、慣性とエンタルピー
- 状態方程式(複雑すぎるのでテーブル化されている)
  - 引数として密度が必要なので求めよう
  - ローレンツ因子が必要だ
  - エンタルピーが必要だ
  - 状態方程式を引こう……あれ、密度が
  - 時間発展量 ⇔ 状態方程式 : サーチにおける複雑さ
    - 次の方向を決めるための微分に対する信用性 (微分値もテーブル化してほしい)
    - 状態方程式テーブルサイズ vs. メモリ　分割の必要性もあるかも
- この問題が輻射輸送にも波及
  - 陰的に解きたくても一筋縄にはいかず、必ず非線形反復が必要
  - Collision 項が非常に硬いので、反復中に破たんする場合も多々
    - 陽的手法における近似的な定式化も一応考えておく

$$\rho \Rightarrow \hat{\rho} = \rho\Gamma$$
$$\hat{u}_i = h u_i$$

$$\Gamma = \sqrt{1 + (\hat{v}/h)^2}$$

$$\begin{aligned} h &= h_{\text{EOS-table}}(\rho, Y_e, T) \\ &= h_{\text{EOS-table}}(\hat{\rho}/\Gamma, Y_e, T(\hat{e}, \Gamma, \ldots)) \end{aligned}$$

6次元ボルツマンから3(4)次元輻射輸送へ

- Moment formalism (Thorne 1981; Shibata et al. 2011)
  - 基本的にはボルツマン方程式からオイラー方程式を”導く”流れを踏襲(相対論なので共変的に行う必要性はあり)
  - エネルギー密度とフラックスのみ解いて、ストレステンソルに“状態方程式”を仮定

$$\nabla_b M^{ab}_{(\nu)} - \frac{\partial}{\partial \nu}\left(\nu M^{abc}_{(\nu)} \nabla_c u_b\right) = S^a_{(\nu)}$$

$$M^{ab}_{(\nu)} = J_{(\nu)} u^a u^b + H^{(a}_{(\nu)} u^{b)} + L^{ab}_{(\nu)}$$
$$M^{abc}_{(\nu)} = J_{(\nu)} u^a u^b u^c + H^{(a}_{(\nu)} u^b u^{c)} + L^{(ab}_{(\nu)} u^{c)} + N^{abc}_{(\nu)}$$

$$J \equiv \int \nu^3 f(\nu,\Omega) d\nu\, d\Omega \qquad H^a \equiv \int \nu^3 f(\nu,\Omega)\; l^a d\nu\, d\Omega$$
$$L^{ab} \equiv \int \nu^3 f(\nu,\Omega)\; l^a l^b d\nu\, d\Omega \qquad N^{abc} \equiv \int \nu^3 f(\nu,\Omega)\; l^a l^b l^c d\nu\, d\Omega$$

  - エネルギー空間積分

$$\nabla_b M^{ab} = S^a$$

$$\begin{aligned} T^{\nu}_{ab} = M_{ab} &= J u_a u_b + H_a u_b + H_b u_a + L_{ab} \\ &= E n_a n_b + F_a n_b + F_b n_a + P_{ab} \end{aligned}$$

Closure relation（“状態方程式”）

- **Optically Thick**
  - assume small ‘anisotropy’ of f(x,t)

$$\boxed{f(\nu,\Omega,x^c) = f_0(\nu,x^c) + f_1^{\,a}(\nu,x^c)l_a + f_2^{\,ab}(\nu,x^c)l_a l_b}$$

$$J_{(\nu)} = 4\pi\nu^3 f_0$$
$$H^a_{(\nu)} = 4\pi\nu^3 f_1^{\,a}$$
$$L^{ab}_{(\nu)} = \frac{1}{3}J_{(\nu)}h^{ab} + \frac{8\pi}{15}\nu^3 f_2^{\,ab}$$
$$N^{abc}_{(\nu)} = \frac{1}{5}H^{(a}_{(\nu)}h^{bc)}$$

$$\Rightarrow \boxed{L^{ab} = \frac{1}{3}J\ h_{ab}}$$

Eddington Closure

$$\boxed{h_{ab} = g_{ab} + u_a u_b}$$

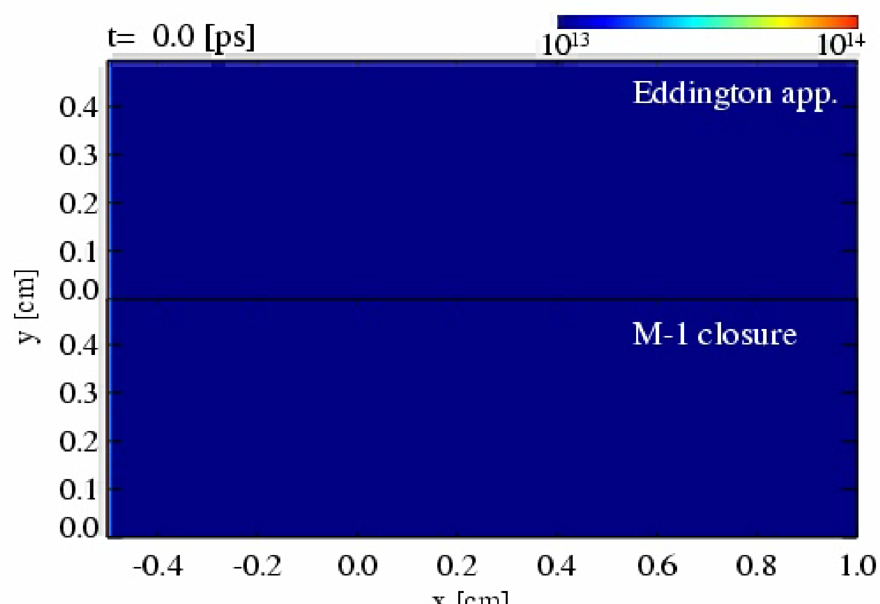
- **Optically Thin** *(Thanks to 村主)*
  - assume ‘definite direction’ of f(x,t)

$$\boxed{f(\nu,\Omega,x^c) = 4\pi\ f_{\mathrm{f}}(\nu,x^c)\delta(\Omega-\Omega_{\mathrm{f}})}$$

$$J_{(\nu)} = 4\pi\nu^3 f_{\mathrm{f}}$$
$$H^a_{(\nu)} = 4\pi\nu^3 f_{\mathrm{f}} l^a_{\mathrm{f}}$$
$$L^{ab}_{(\nu)} = 4\pi\nu^3 f_{\mathrm{f}} l^a_{\mathrm{f}} l^b_{\mathrm{f}}$$
$$N^{abc}_{(\nu)} = 4\pi\nu^3 f_{\mathrm{f}} l^a_{\mathrm{f}} l^b_{\mathrm{f}} l^c_{\mathrm{f}}$$

$$\Rightarrow \boxed{L^{ab}_{(\nu)} = J_{(\nu)}\frac{H^a_{(\nu)}H^b_{(\nu)}}{|H^c_{(\nu)}|^2}}$$

- Optically thick and thin regions are smoothly connected using variable Eddington factor (*Livermore (1984)*)
- $$\boxed{P_{ab} = \gamma^c_a\gamma^d_b T^{(\nu)}_{cd} = \gamma^c_a\gamma^d_b\left(Ju_c u_d + H_{(c}u_{d)} + L_{cd}\right)}$$

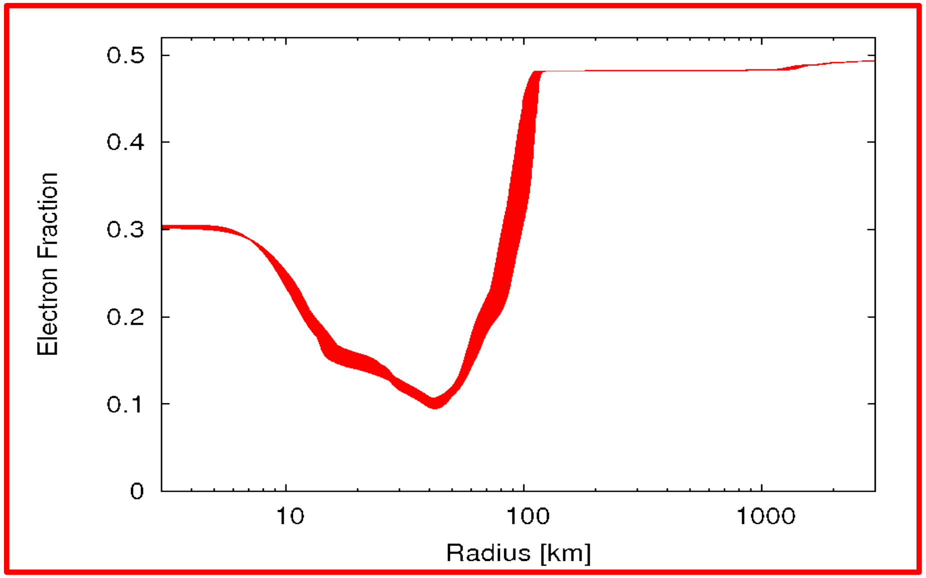


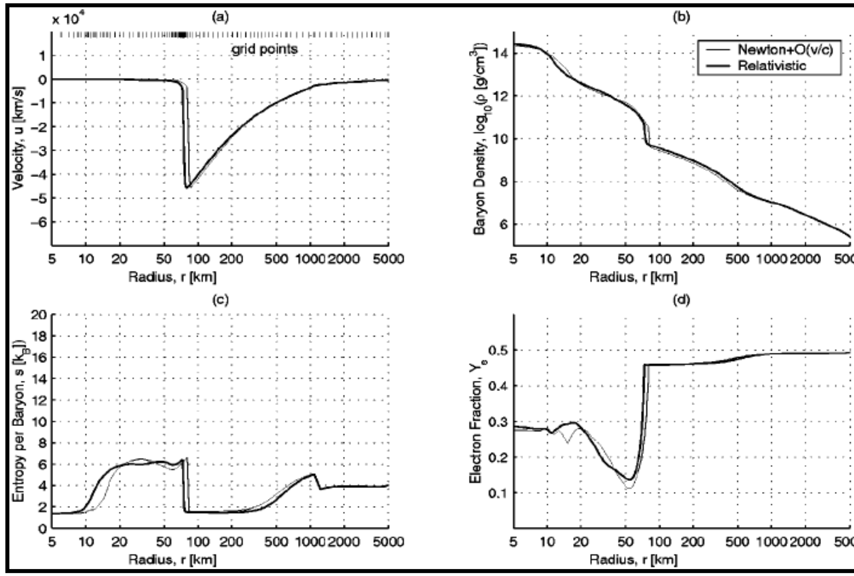
Takahashi, Ohsuga, Sekiguchi, Inoue, & Tomida ApJ (2013)

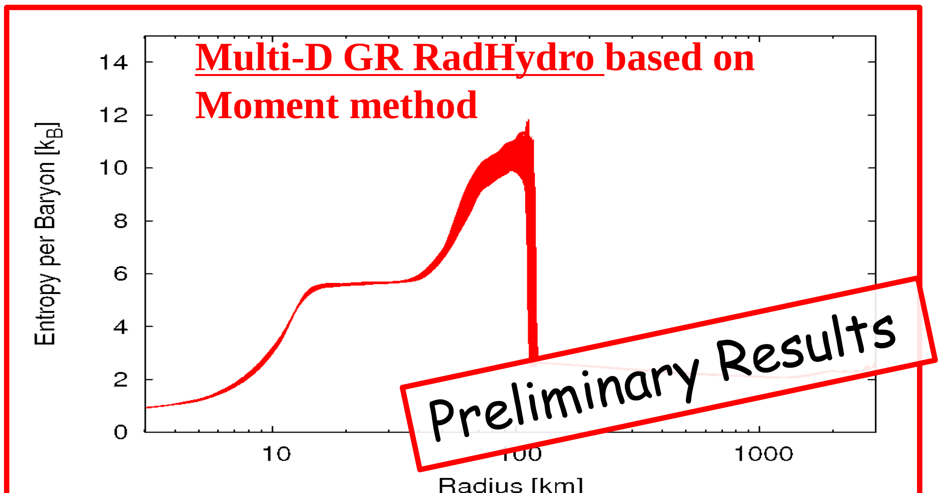
数値計算手法

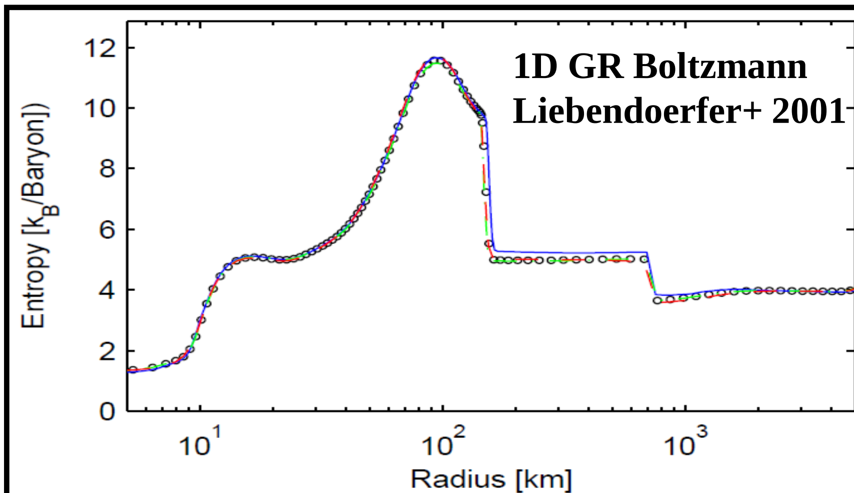
- Diffusion limit の再現
  - Godunov 法は diffusion flux を再現しない可能性 (Sekora & Stone 2010)
  - ***数値流速に補正を加える (Audit et al. 2002)***
    - MPA group (Obergalinger 2011), Caltech group (O'Connor & Ott 2012),..
    - 明示的に diffusion flux にスイッチさせているグループもあり
- 輻射輸送と流体計算をカップルさせる
  - β平衡、縮退の問題 : 同時に陰的に解いていないのでズレが生じる
    - 流体⇔輻射 で反復計算：計算量大
  - **Implicit-Explicit Runge-Kutta scheme の採用 *(Pareschi & Russo 2005)***
    - 近年注目を集めている（反復計算なしでも上手くいきそう）
      - アインシュタイン方程式を(座標特異点のある)球座標で解く (MPA group)
      - GR Resistive MHD (Bucciantini & Del Zanna 2012; Dionysopoulou et al. 2012)
      - GR force-free (Alic et al. 2012)
      - GR RadiationHydro (Roedig et al. 2012)

2012年度成果①：Grey 陰的解法による大質量重力崩壊の一般相対論的輻射流体計算の成功



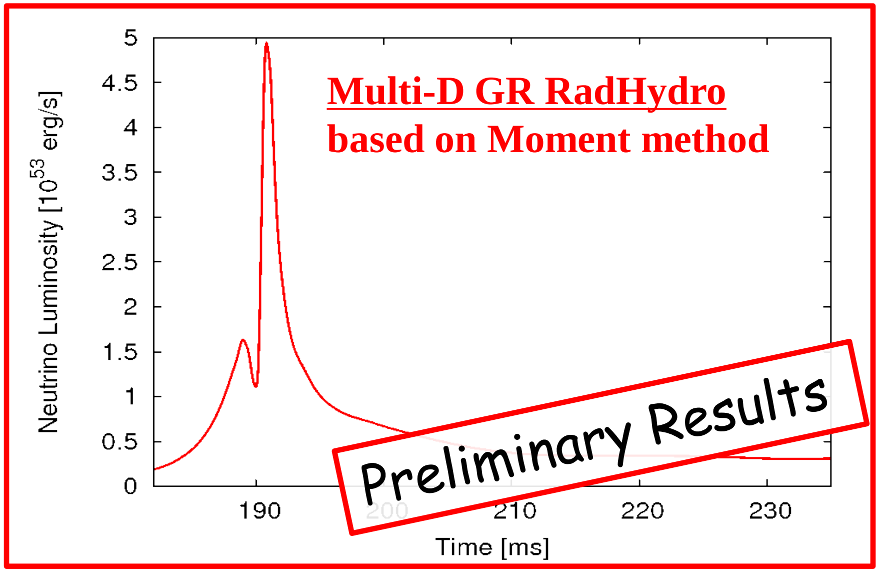


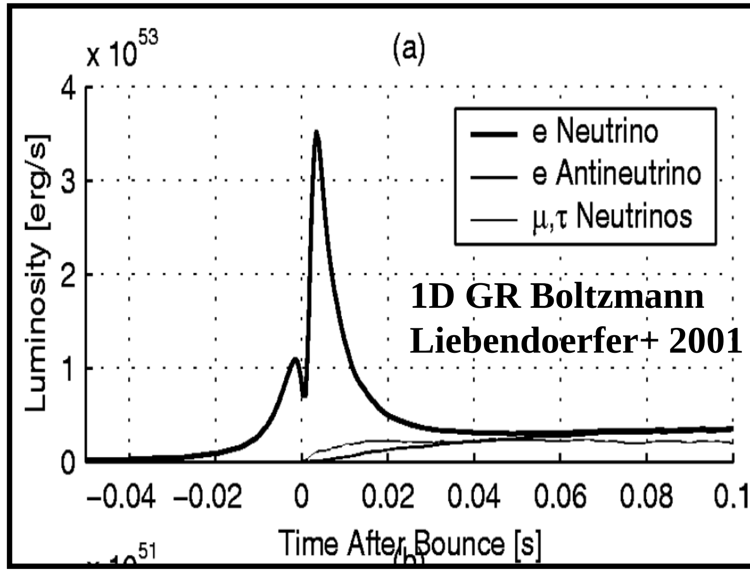




2012年度成果①：Grey 陰的解法による大質量重力崩壊の一般相対論的輻射流体計算の成功

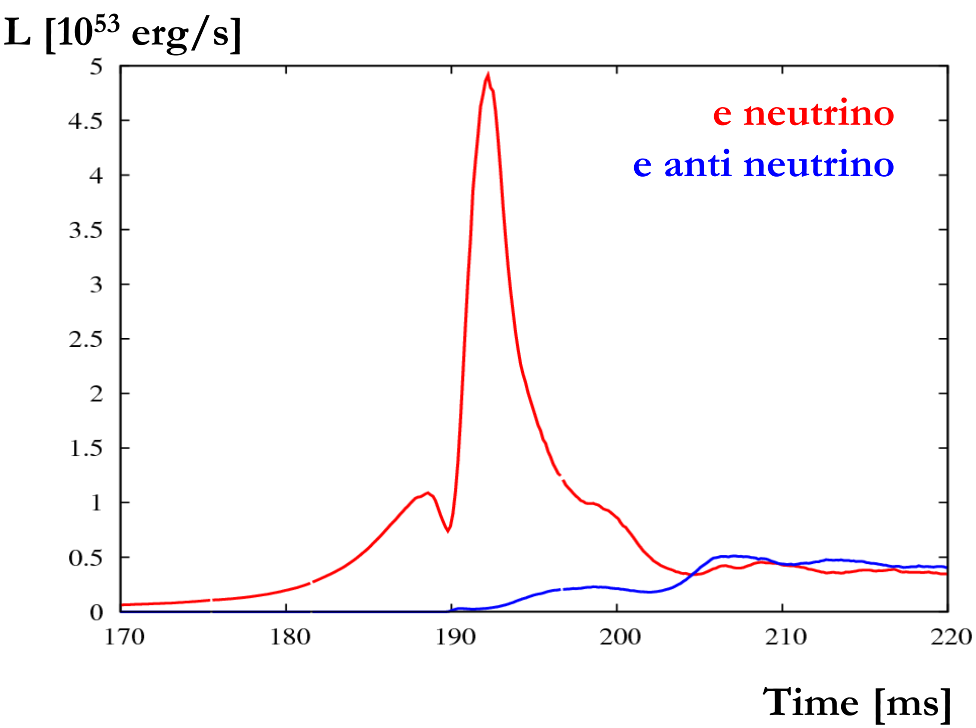
- 定性的(半定量的) に球対称の一般相対論的ボルツマン輻射流体計算を再現
- Evolution scheme： implicit-explicit (IMEX) Runge-Kutta
  - Pareschi & Russo J. Sci. Comp. 25, 129 (2005)

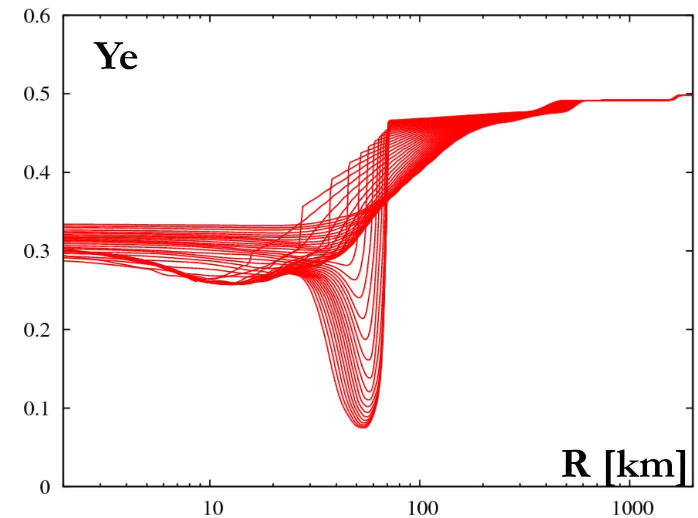


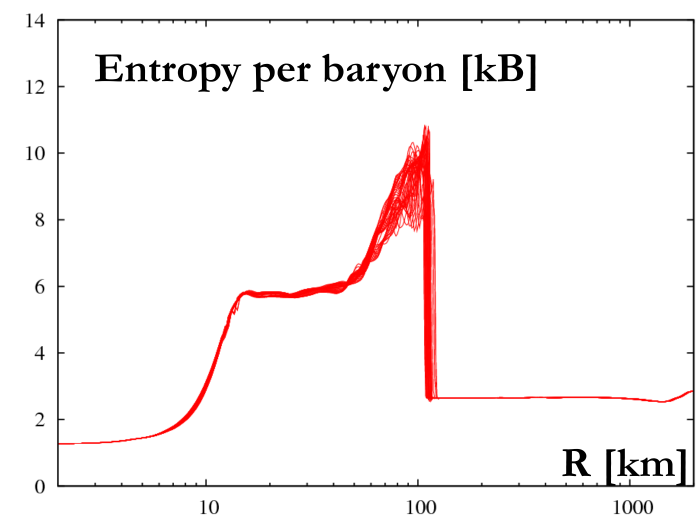


2012年度成果②：陽的近似スキームによる連星中性子星合体及び大質量星重力崩壊

- 定性的(半定量的)に球対称の一般相対論的ボルツマン輻射流体計算を再現

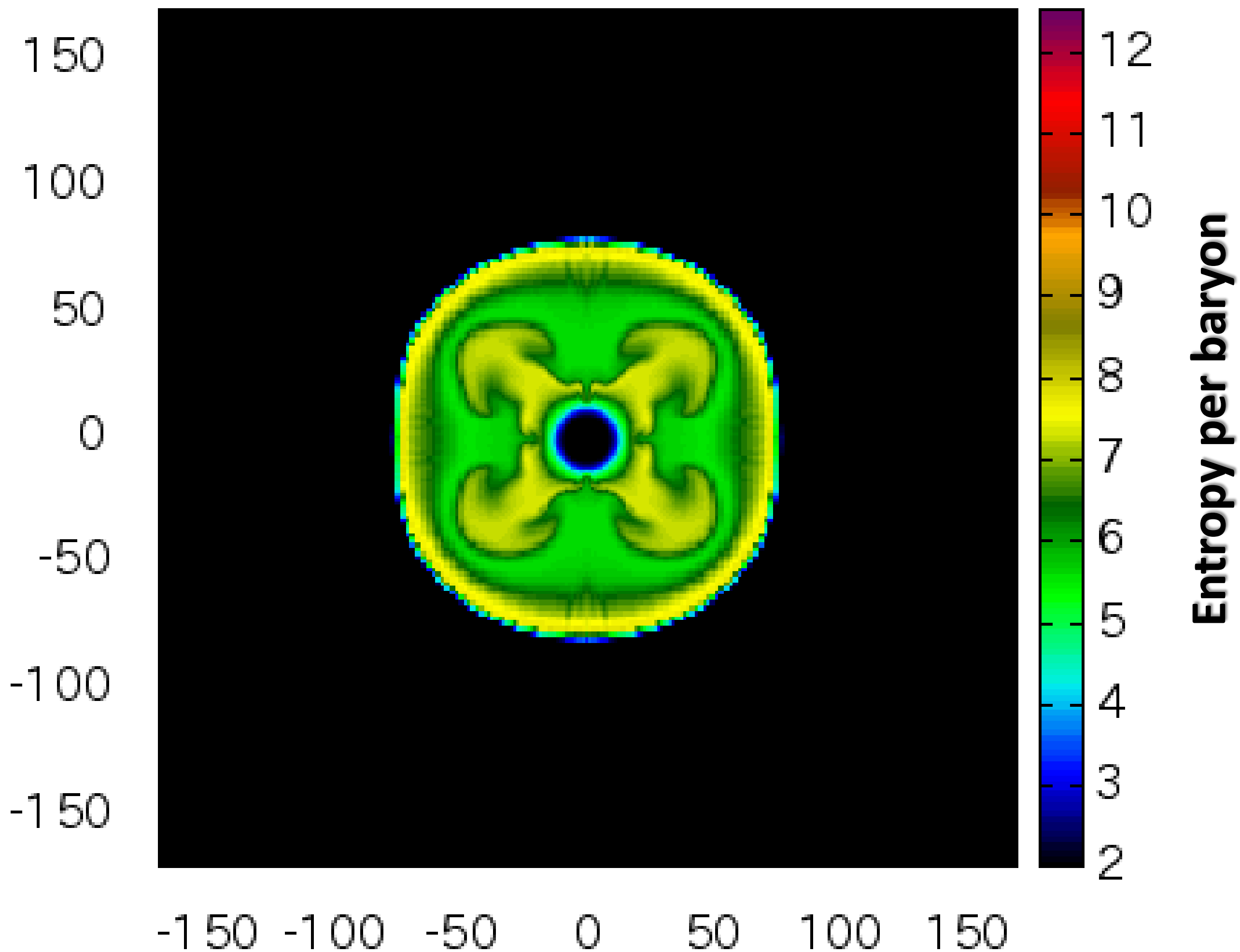






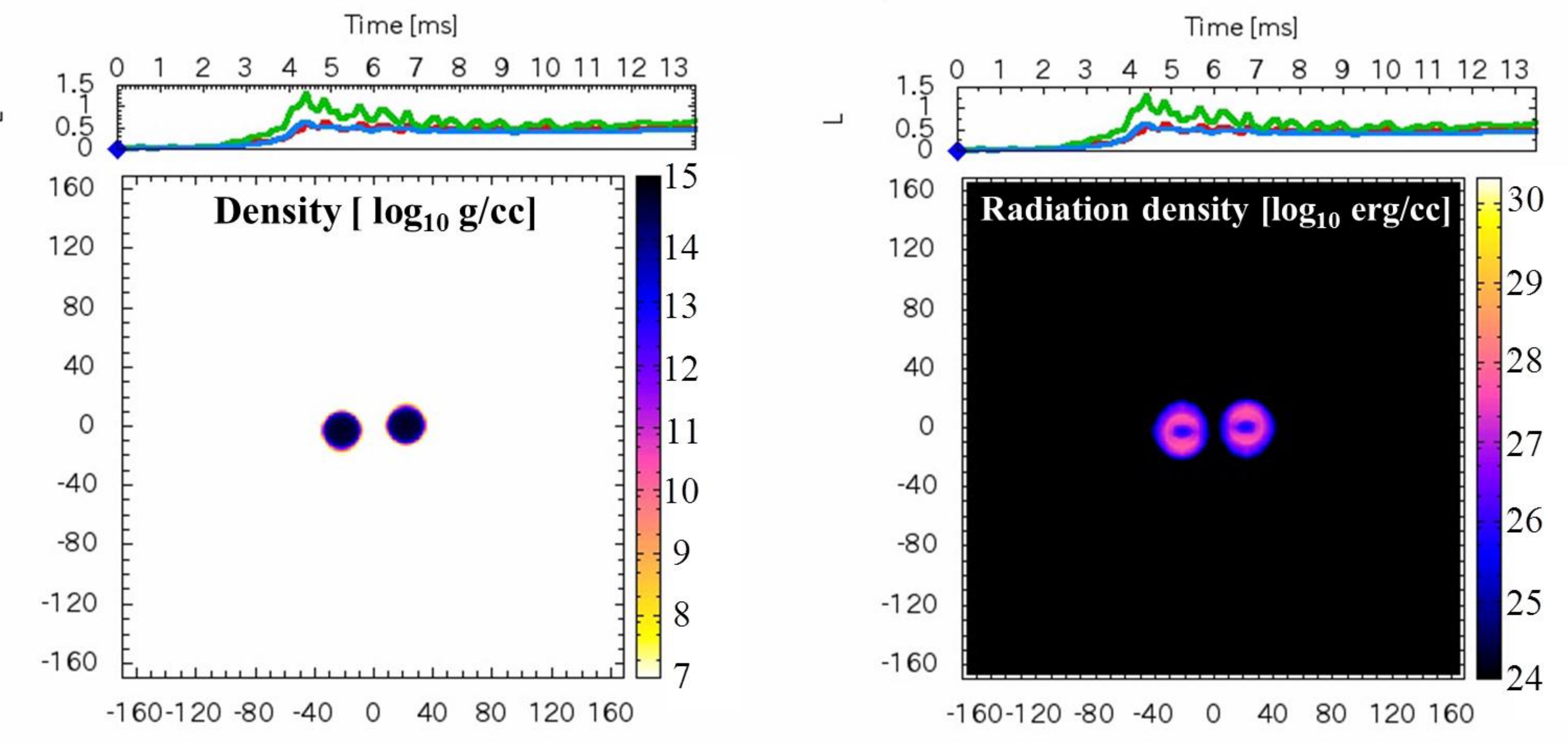
2012年度成果②：陽的近似スキームによる連星中性子星合体及び大質量星重力崩壊

- SASI (Standing Accretion Shock Instability) も再現



2012年度成果②：陽的近似スキームによる連星中性子星合体及び大質量星重力崩壊

- 陽的近似スキームによる連星中性子星合体のテスト計算



一般相対論的ニュートリノ輻射流体計算(関口,木内)

- 課題の概要：
  - 空間3次元、位相空間1次元の一般相対論的輻射流体コードを構築し、京によるシミュレーションでブラックホール形成過程(大質量星の重力崩壊 or 連星中性子星合体)を解明する
- 今年度の成果：
  - 空間3次元、輻射⇔流体相互作用の近似的取り扱いにおける輻射流体コードの構築
  - 空間3次元、Grey 近似における輻射流体コードの構築
- 今後の予定：
  - 位相空間1次元化（エネルギー方向） on going
  - 陰的輻射流体計算における連星中性子星合体 on going
    - 縮退フェルミガスの比熱は非常に小さいため、微小なエネルギーの揺らぎで温度が激しく変動。ニュートリノopacity が激しく変動し計算が不安定に
  - 京に向けたチューニング

一般相対論的ニュートリノ輻射流体計算(関口,木内)

- **課題の概要**：
  - 空間3次元、位相空間1次元の一般相対論的輻射流体コードを構築し、京によるシミュレーションでブラックホール形成過程(大質量星の重力崩壊 or 連星中性子星合体)を解明する
- **今年度の成果**：
  - 空間3次元、輻射⇔流体相互作用の近似的取り扱いにおける輻射流体コードの構築
  - 空間3次元、Grey 近似における輻射流体コードの構築
- **今後の予定**：
  - 位相空間1次元化（エネルギー方向） on going
  - 陰的輻射流体計算における連星中性子星合体 on going
    - 縮退フェルミガスの比熱が非常に小さいため、微小なエネルギーの揺らぎで温度が激しく変動。ニュートリノopacityが激しく変動し計算が不安定に
  - 京に向けたチューニング