

6次元ボルツマン方程式による 超新星でのニュートリノ輻射輸送

住吉光介(沼津高専)

長倉洋樹(早大/京大), 山田章一(早大), 滝脇知也(NAOJ)
松古栄夫(KEK), 今倉暁, 櫻井鉄也(筑波大)



- 3D超新星でのニュートリノ反応・伝搬を並列計算

- Sumiyoshi & Yamada, *Astrophys. J. Suppl.* 199 (2012) 17

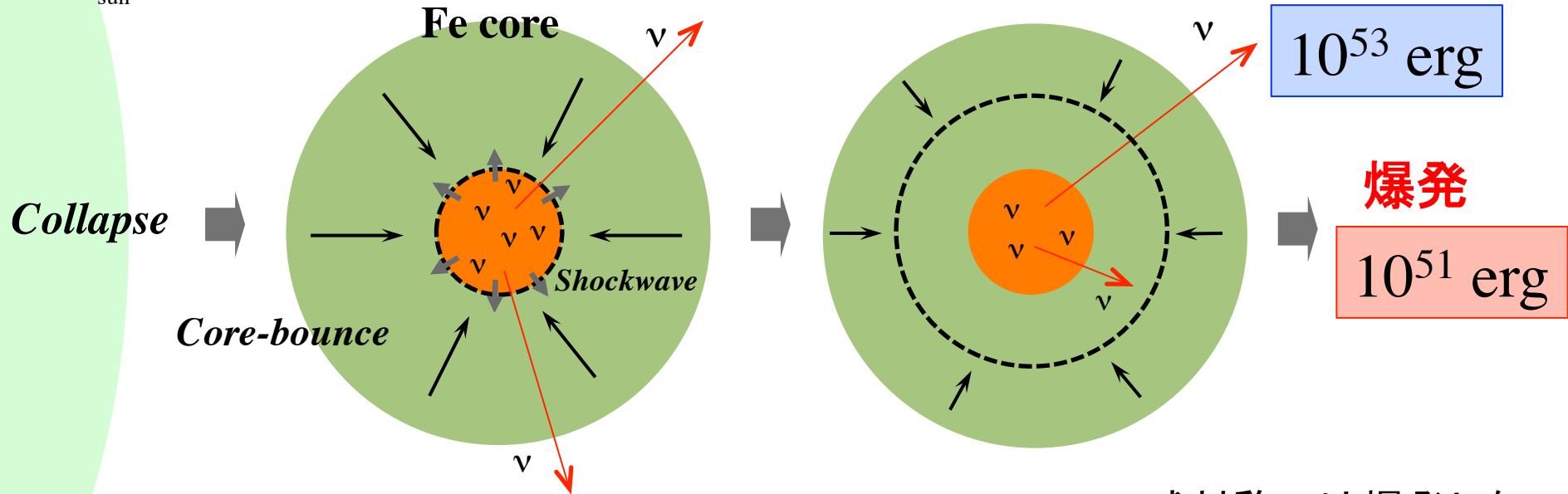
- プラズマ・核融合学会誌 2012, 10月号, 610

課題3: 超新星爆発およびブラックホール誕生過程の解明

超新星爆発:ニュートリノの役割

massive star
 $\sim 20M_{\text{sun}}$

バウンス後に衝撃波は停滞してしまう。

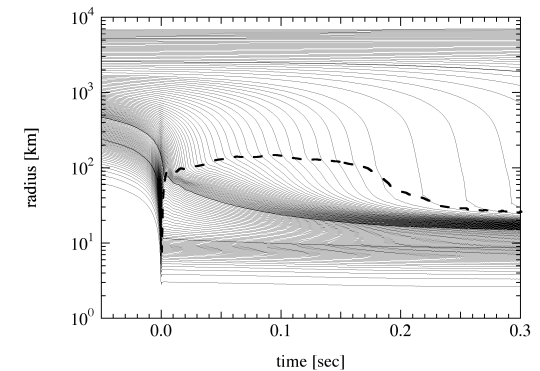


• 復活する引き金は？

- 多次元的な効果
- ニュートリノ加熱メカニズム

放出ニュートリノの数%が爆発に寄与

球対称では爆発しない

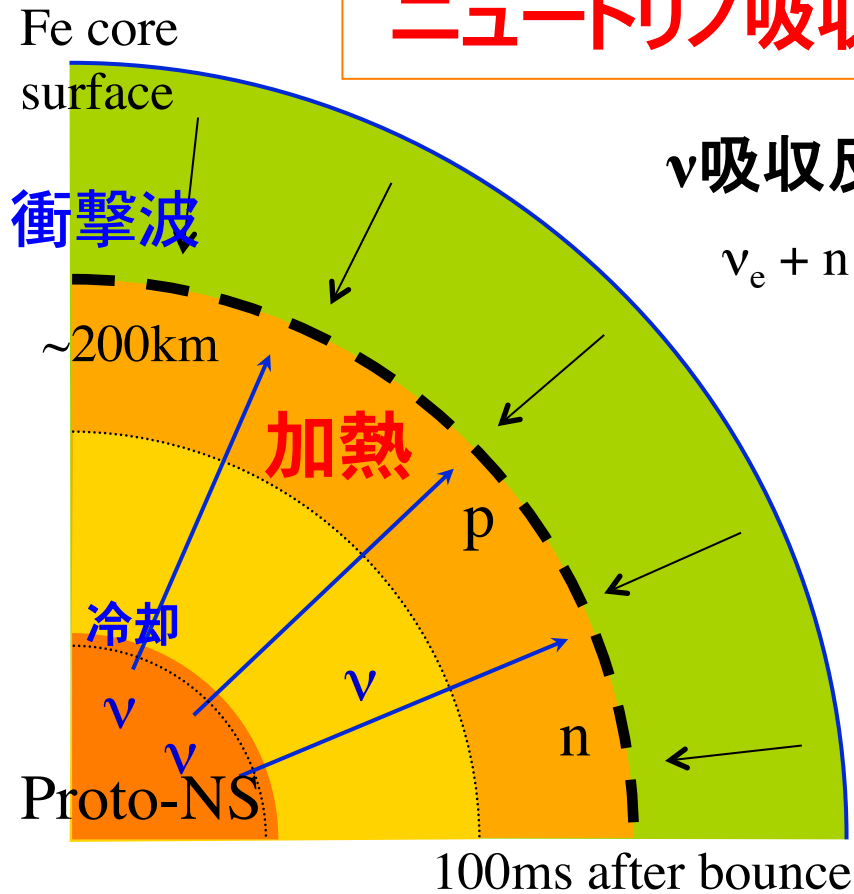


Sumiyoshi et al. ApJ (2005)

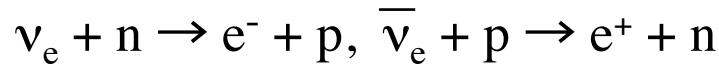
ニュートリノ加熱メカニズムによる衝撃波復活

ニュートリノ吸収による加熱

$\sim 10^{51}$ erg



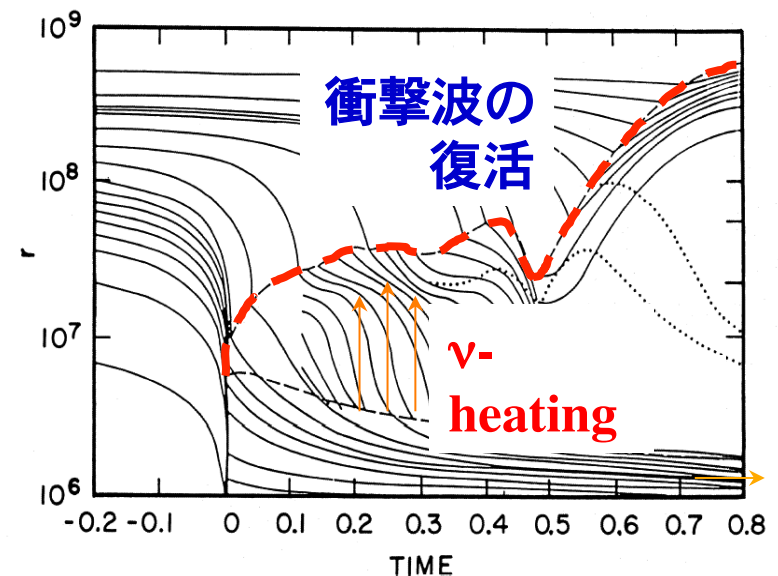
ν 吸収反応により停滞衝撃波の背面を加熱



エネルギー・流束・吸収率に依存
→ ニュートリノ輻射輸送

原始中性子星から
ニュートリノ放出

→ 一部を吸収



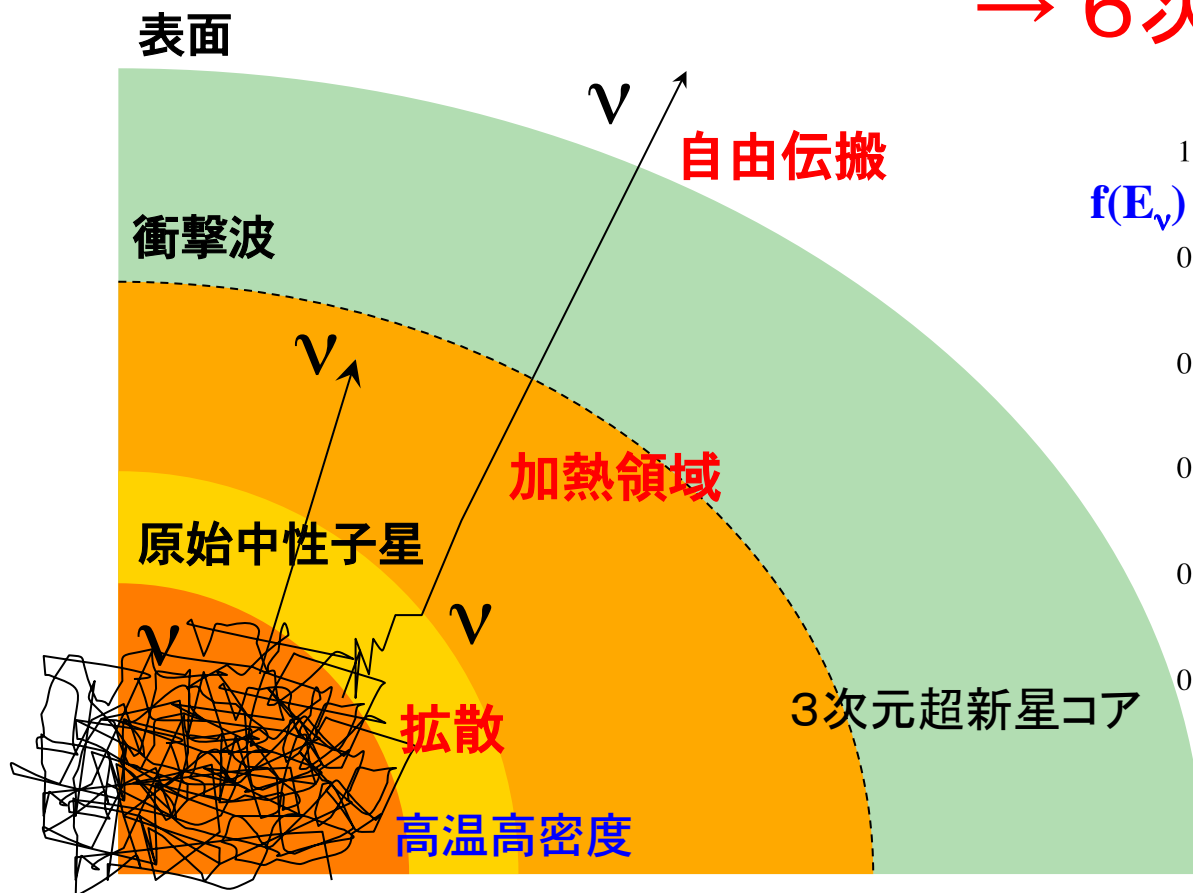
Bethe & Wilson ApJ (1985)

ニュートリノ輻射輸送計算が必要

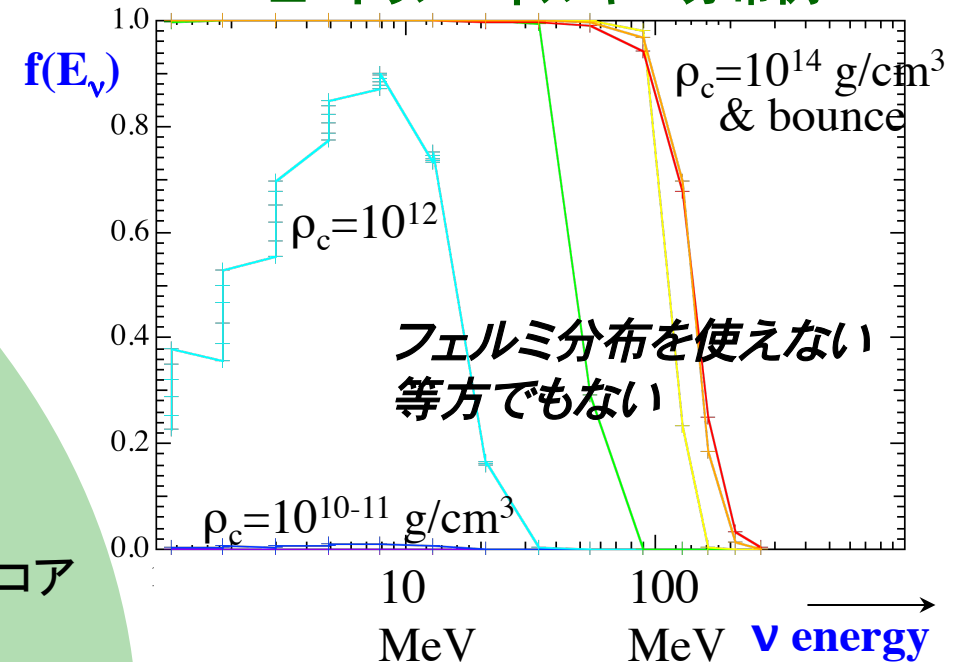
ニュートリノ加熱率：エネルギー・角度分布を用いる

- 拡散と自由伝搬の中間領域が重要：非平衡状態を含む
- 10~20%の変動でも爆発の可否に影響がありうる

→ 6次元ボルツマン方程式



ニュートリノエネルギー分布例



6次元ボルツマン方程式

- 6次元ニュートリノ分布 (3D+3D)

$$f_\nu(r, \theta, \phi; \varepsilon_\nu, \theta_\nu, \phi_\nu; t)$$

- エネルギー (ε_ν), 伝搬方向 (θ_ν, ϕ_ν)

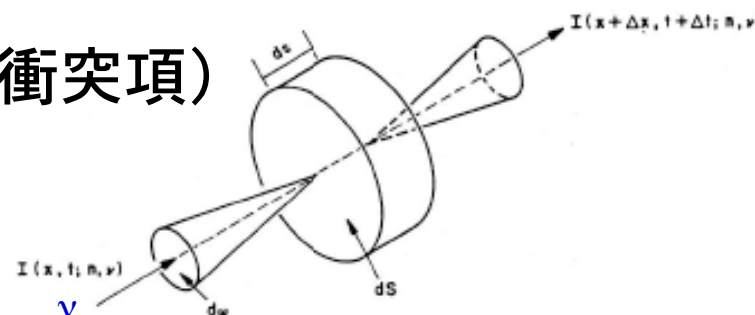
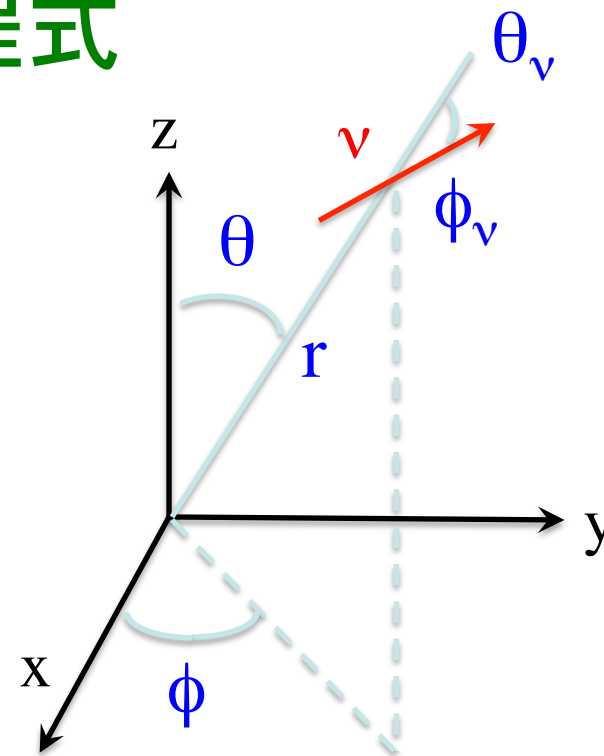
- 6次元での ν 輻射輸送方程式

$$\frac{1}{c} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \vec{n} \cdot \vec{\nabla} f_\nu = \frac{1}{c} \left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{collision}$$

- 左辺: ニュートリノ数の変動
- 右辺: ニュートリノ反応による変動 (衝突項)

様々な分野で共通の難問題

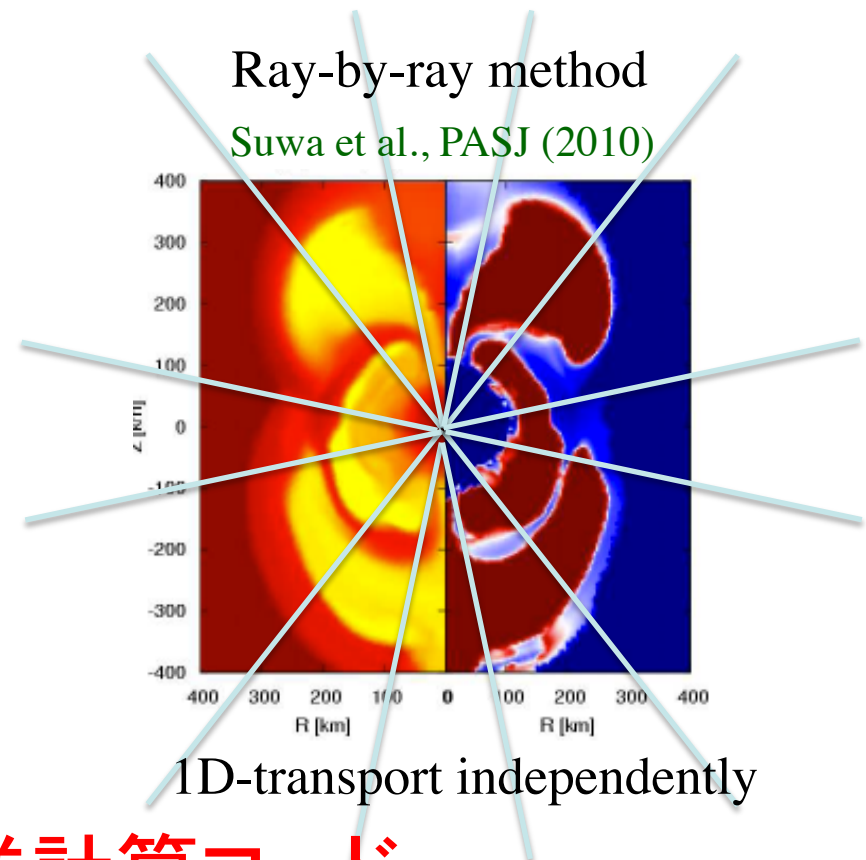
(中性子・光子)



ν輻射輸送：近似から厳密計算へ

• 2D, 3D: 近似計算手法

- *state-of-the-art simulations*
現在の計算資源での限界
- Diffusion (flux limited)
中心付近のみ
- Ray-by-ray (radial transport)
動径方向のみ



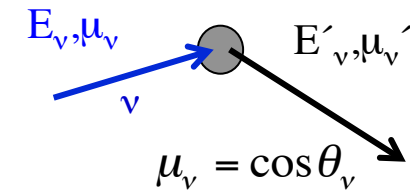
• 3次元ニュートリノ輻射輸送計算コード

- 近似の影響を明らかにする
 - 厳密計算へ置き換える → Grand Challenge
- Sumiyoshi & Yamada, ApJS (2012)*

ニュートリノ輻射輸送方程式

$$\frac{1}{c} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \frac{\mu_\nu}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \cos \phi_\nu}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \sin \phi_\nu}{r \sin \theta} \frac{\partial f_\nu}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mu_\nu} [(1-\mu_\nu^2) f_\nu] + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \cos \theta}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi_\nu} (\sin \phi_\nu f_\nu) = \frac{1}{c} \left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{collision}$$

- 保存形: 差分化して解く (S_n 法)
- 時間に関して陰解法 (Stiff)



$$\frac{1}{c} \left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{collision} = j_{emission} (1 - f_\nu) - \frac{1}{\lambda_{absorption}} f_\nu + C_{scattering} \left[\int f_\nu (E'_\nu, \mu'_\nu) dE'_\nu \right]$$

- 衝突項: 全ての ν 吸収・放出・散乱過程
 - 散乱前後のエネルギー・角度ごとに積分計算
 - 状態方程式に依る組成・ニュートリノ反応率、相対論

主な計算負荷:大規模疎行列の解法

- 線形方程式

$$A\vec{f}_\nu = \vec{d}$$

- ニュートリノ分布

$$N_{\text{space}}=100^3, N_\nu=10^3$$

- 大規模メモリが必要

ν 分布: ~10GB, 行列: ~TB

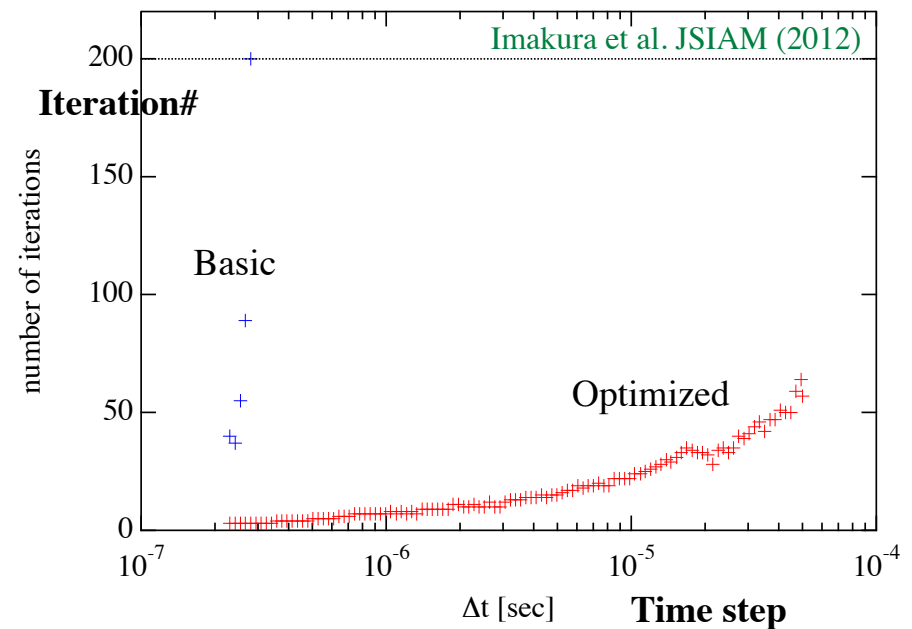
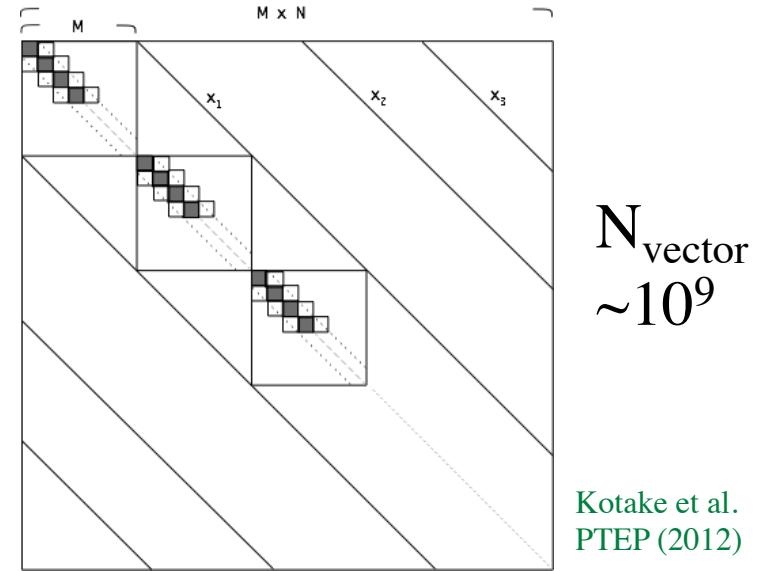
- 反復法による解法

- BiCGSTAB

最適化前処理 (今倉)

Imakura et al. JSIAM (2012)

- 空間次元で並列化



3次元 ν 輻射輸送計算コードの応用

- MPI並列計算コード

- KEK, SR16000, 8node, 128MPI
- $N_{\text{space}}=256 \times 64 \times 32$, $N_{\nu}=6 \times 12 \times 14$
- ν 分布: 13GB, 行列: 1.6TB
- 並列入出力 90GB/snapshot
 - KEK, BG/Q, 128node, 2048MPI, tested

KEK SR16000



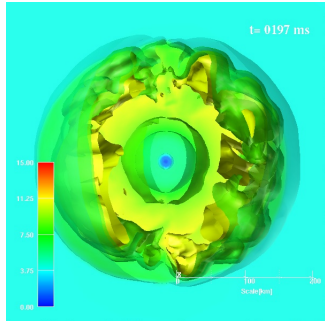
松古, Hitachi Tuning

- 3D物質分布のもとで ν 輻射輸送を計算できる

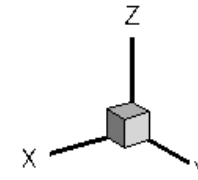
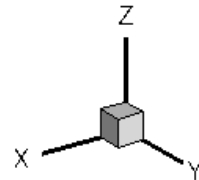
- ニュートリノ輻射の定常分布を求める
 - 定常解, 加熱率, モーメント量, Closure計算処方
- Ray-by-ray計算も可能: 近似の影響
 - 非動径方向の移流 ON/OFF

3次元空間でのニュートリノ輻射の時間発展

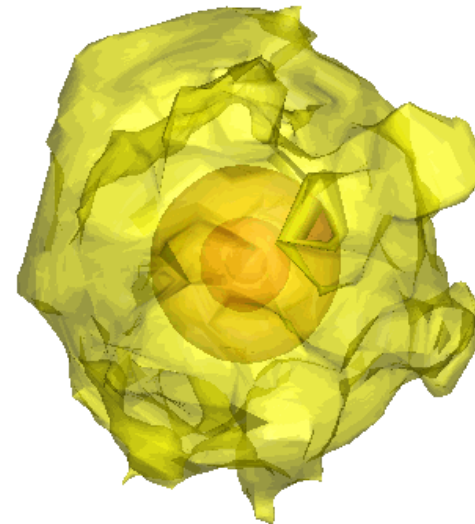
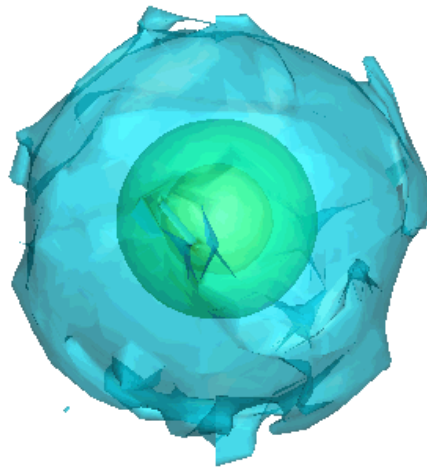
3D Supernova Core



- 物質分布は固定, 初期分布から定常分布まで計算
- 時間発展: 発生したニュートリノが徐々に伝搬



Takiwaki et al.
(ρ , T, Y_e)



$\bar{\nu}_e$
density
Iso-Surface

$\bar{\nu}_e$
density

3次元超新星コアにおけるニュートリノ輻射輸送

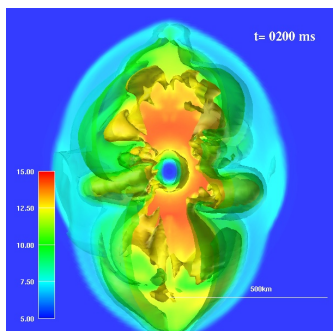
Takiwaki et al. (2012)

Sumiyoshi et al. (2013)

任意の3D超新星コアの物質分布について

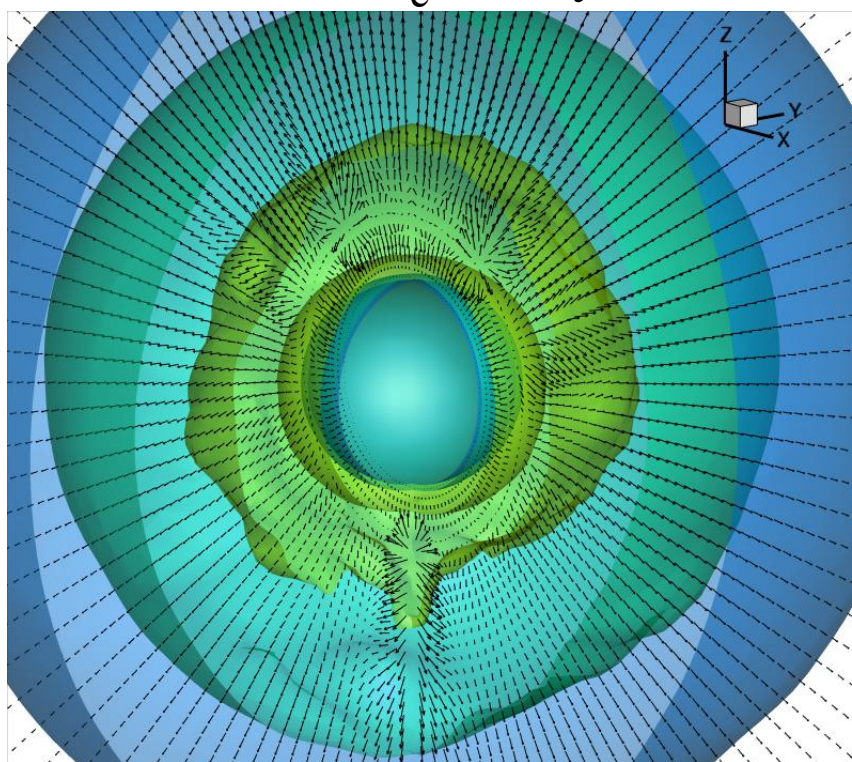
6Dボルツマン方程式で ν 輻射を調べる

ニュートリノ密度, フラックス, スペクトル, 加熱率

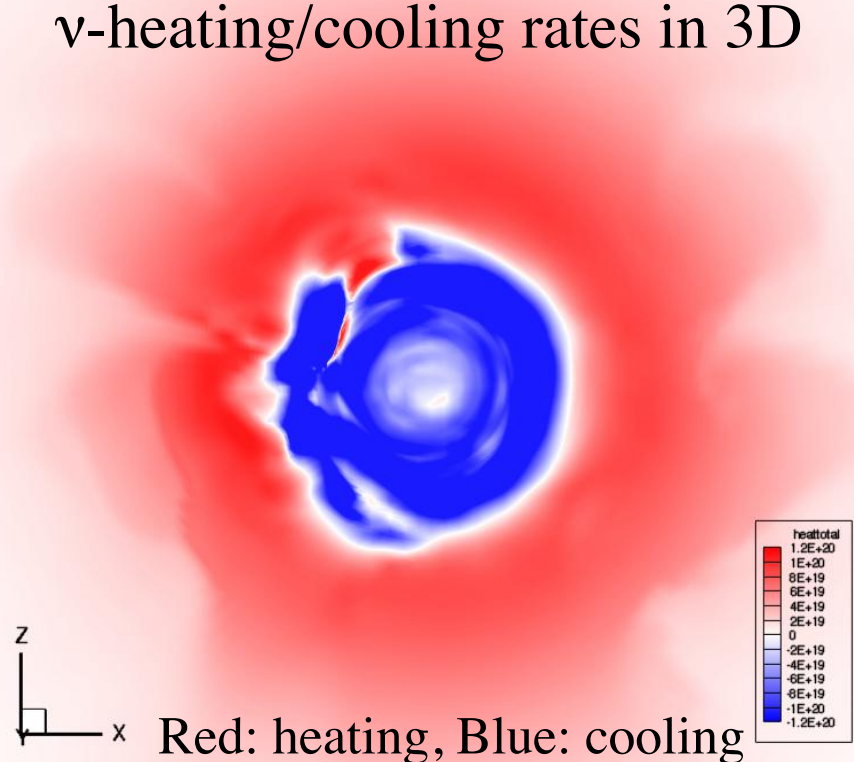


200msec

$\bar{\nu}_e$ density iso-surface



ν -heating/cooling rates in 3D



3次元超新星での ν 輻射輸送: 近似の場合

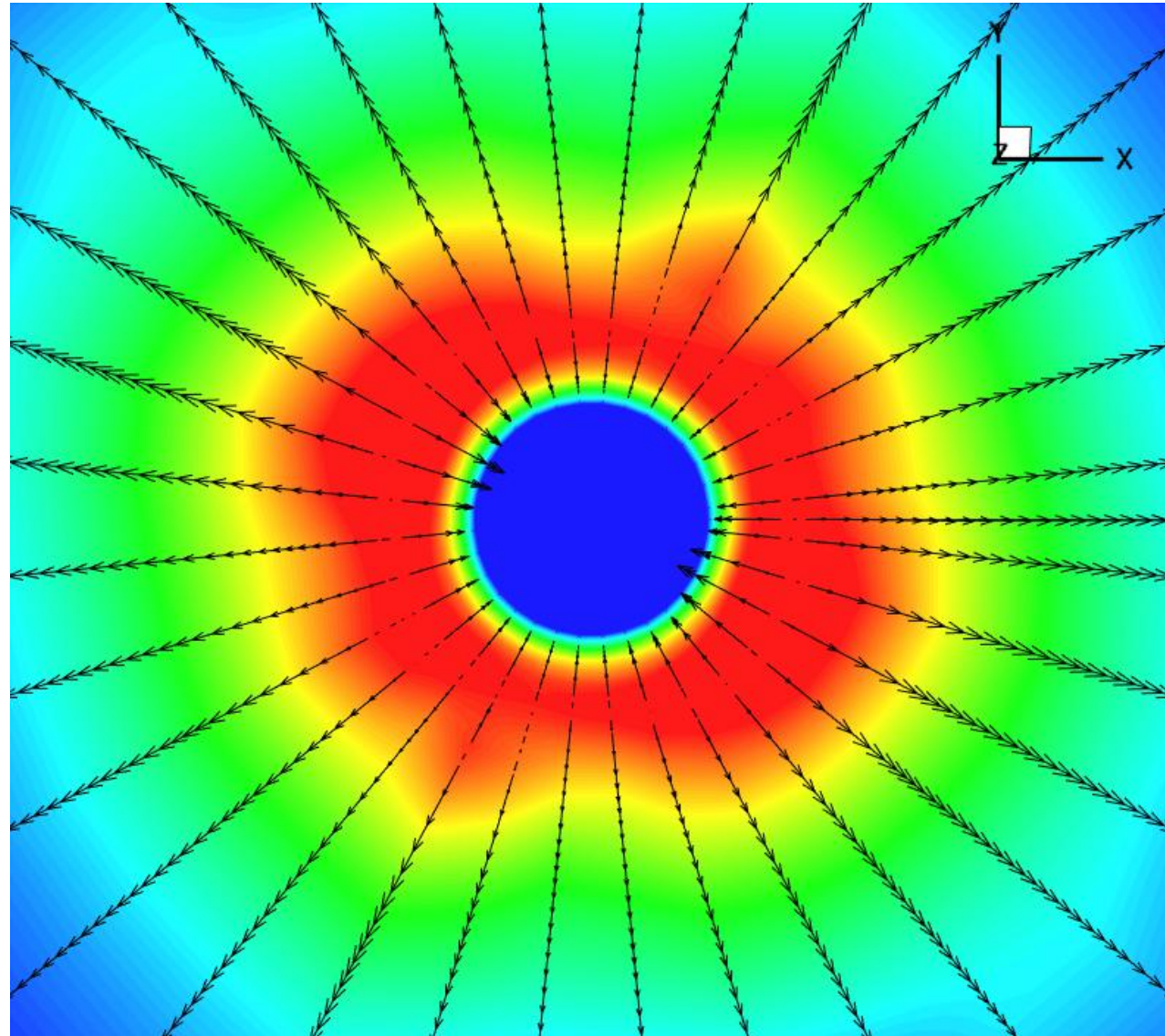
Z軸上から見た図

$\bar{\nu}_e$ density, flux

Ray-by-ray:

θ, ϕ -advection OFF

r方向の流束のみ



3次元超新星での ν 輻射輸送: Fullの場合

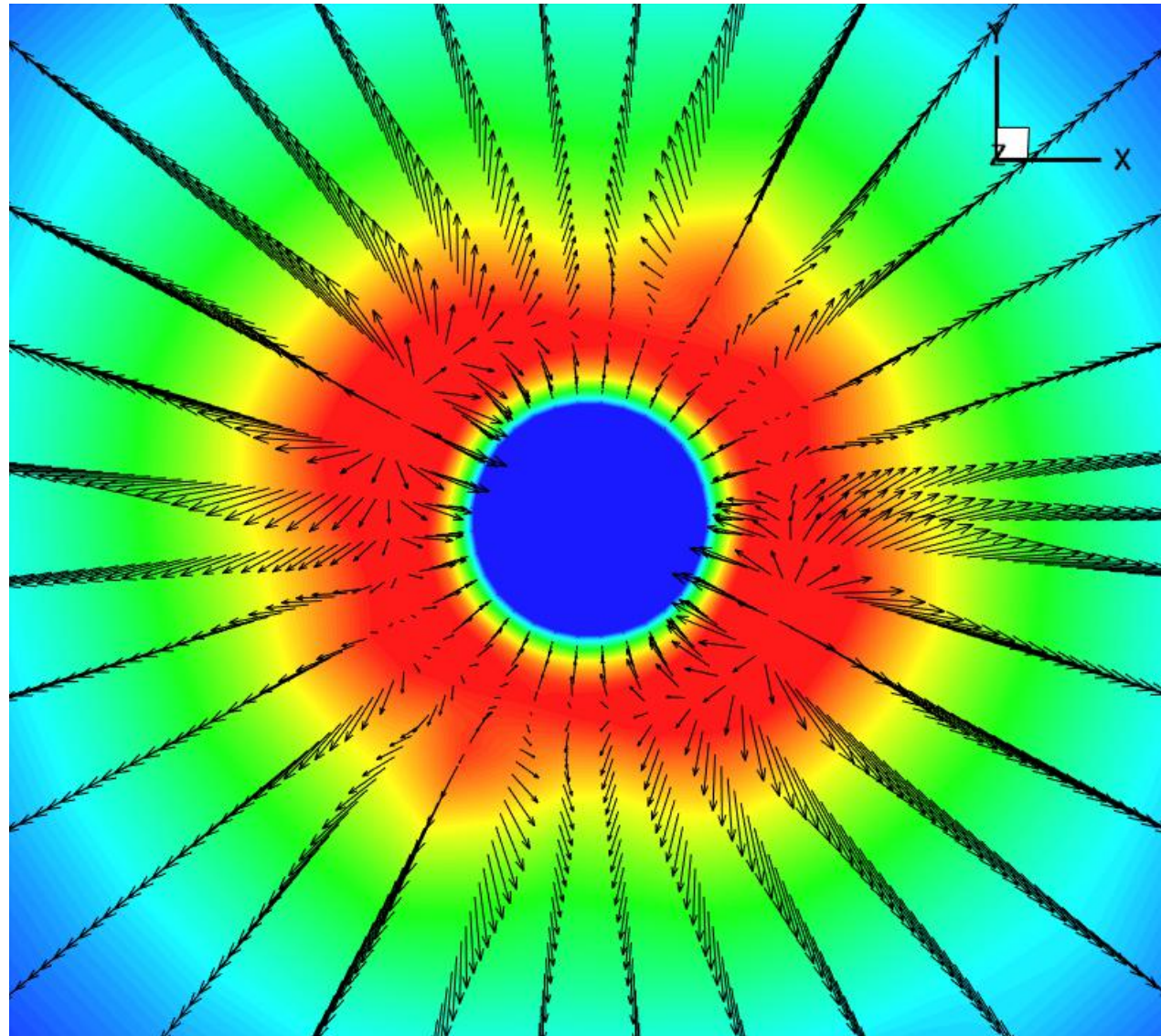
Z軸上から見た図

$\bar{\nu}_e$ density, flux

6D-Boltzmann

非動径方向の
移流も記述できる

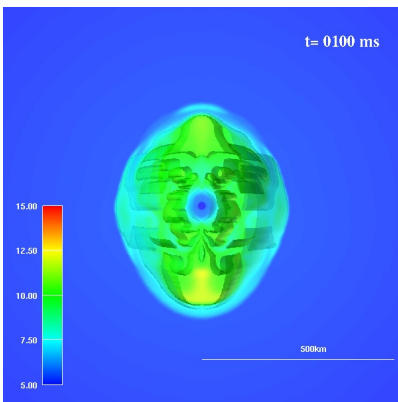
ϕ 方向の流束



2D supernova core

$\bar{\nu}_e$ density distribution

- Ray-by-ray
too strong
angle dependence

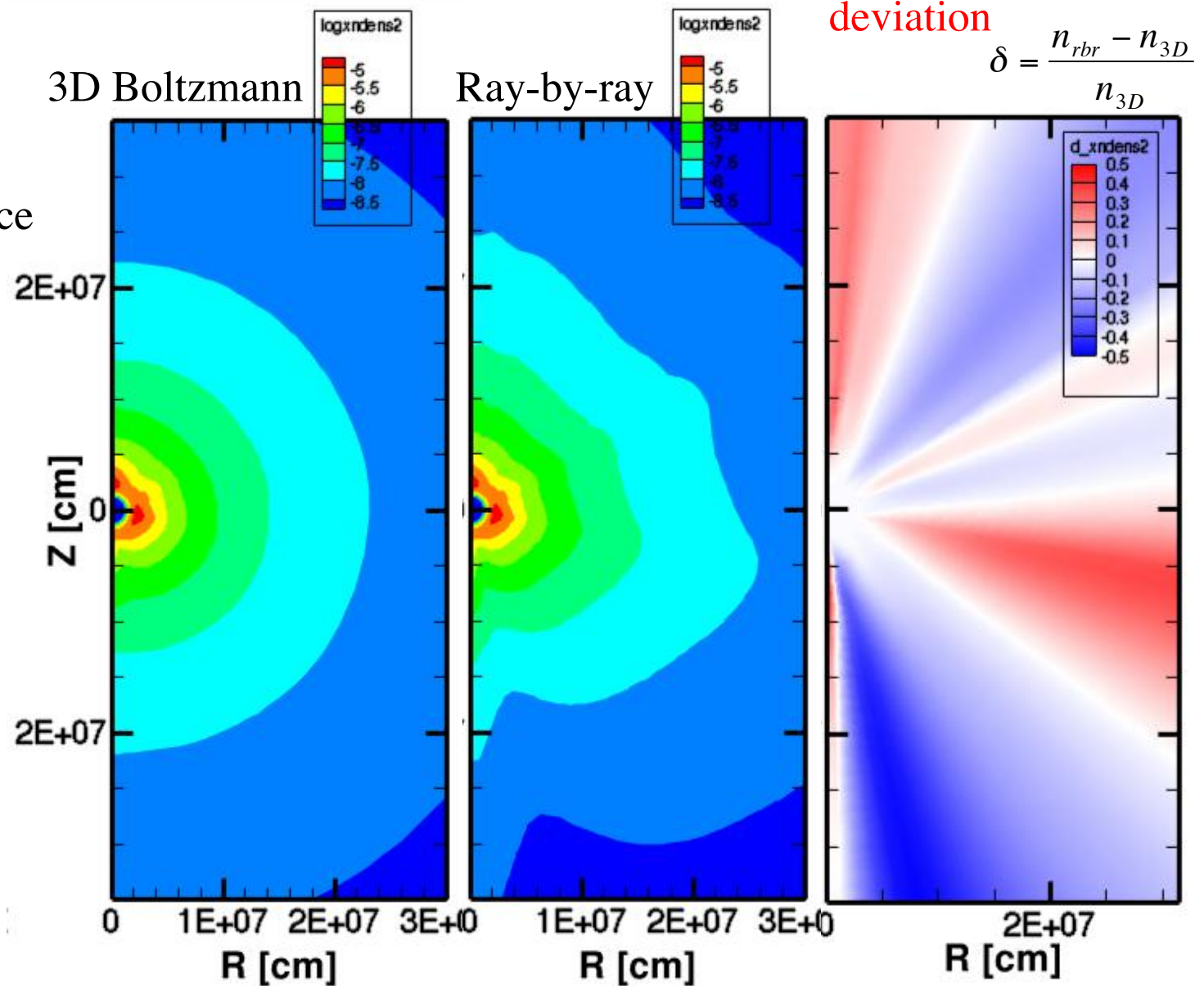


From Takiwaki (2011)

11.2M_{sun}, 2D

100ms

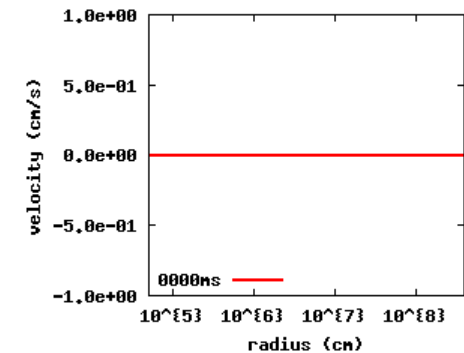
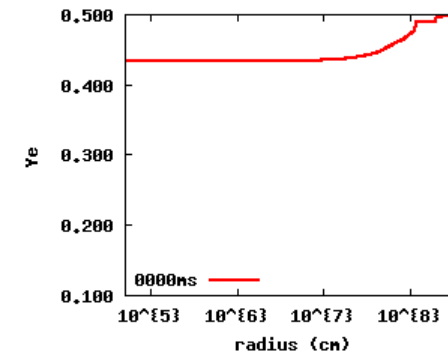
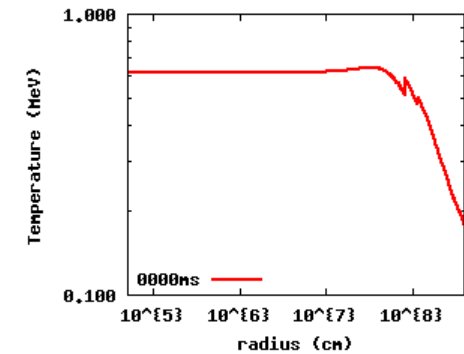
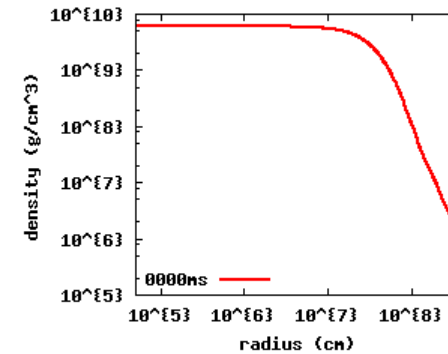
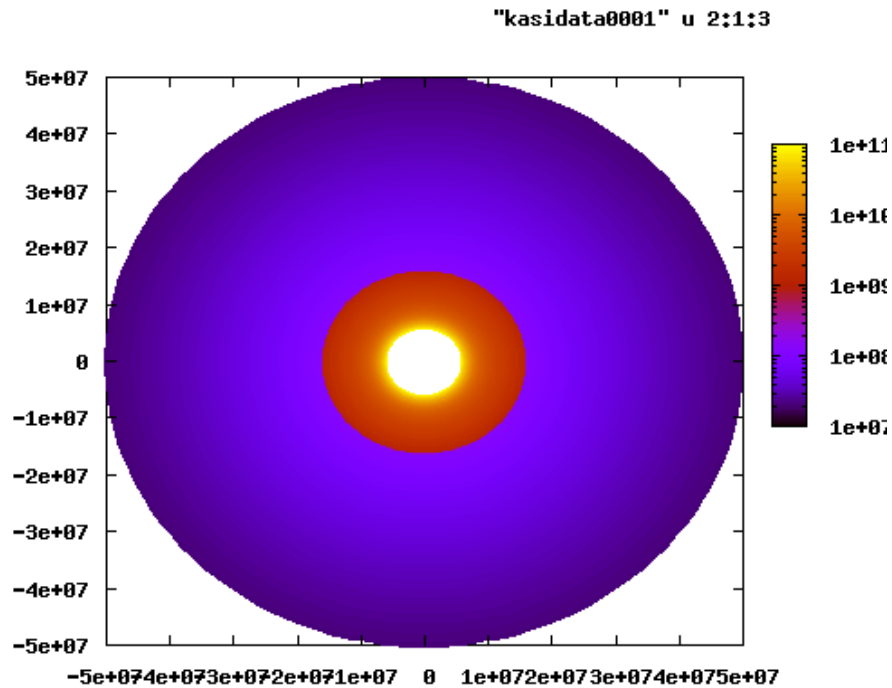
Sumiyoshi et al. (2013)



Preliminary

ニュートリノ輻射流体計算コード (長倉)

- 流体計算コードとの結合は完了
- ボルツマン方程式衝突項の相対論効果を組み込み



- 2D流体計算は完成済

- 1D重力崩壊テスト

まとめと今後

- 3D物質分布で ν 輻射輸送計算が可能
 - 6Dボルツマン方程式を解くMPI並列計算コード
 - 様々な問題へ応用が可能
- 3D超新星コアでの ν 輻射輸送の性質を調べる
 - 多次元輻射輸送の特徴: 非動径方向の移流
 - ν 加熱量の詳細、近似計算の吟味
- 流体計算コードとの結合(長倉)
 - 2D ν 輻射流体コード, 相対論化 → 3Dフル計算へ

Support from:

- HPCI Strategic Program Field 5

- Grant-in-Aid for Scientific Research (20105004, 20105005, 22540296, 24244036)

- Supercomputing resources at KEK, YITP, UT, RCNP, K-computer