

# Calculation of light nuclei from $N_f = 2 + 1$ lattice QCD

山崎 剛



素粒子宇宙起源研究機構

名古屋大学

石川 健一, 藏増 嘉伸, 宇川 彰

Refs: PRD81:111504(R)(2010); PRD84:054506(2011); PRD84:054506(2012)

HPCI 戦略プログラム分野5 「物質と宇宙の起源と構造」全体シンポジウム

©富士ソフトアキバプラザ, 3月5-6日

# 目次

1. イントロダクション
2. 少数核子系束縛状態計算の問題点
3. シミュレーションパラメータ
4. 結果  
 $^4\text{He}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^3\text{S}_1$ ,  $^1\text{S}_0$ 系
5. まとめ

# 1. イントロダクション

強い相互作用

束縛  $\left\{ \begin{array}{ll} \text{陽子} \cdot \text{中性子} & \rightarrow \text{原子核} \\ \text{クォーク} \cdot \text{グルーオン} & \rightarrow \text{陽子} \cdot \text{中性子} \end{array} \right.$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

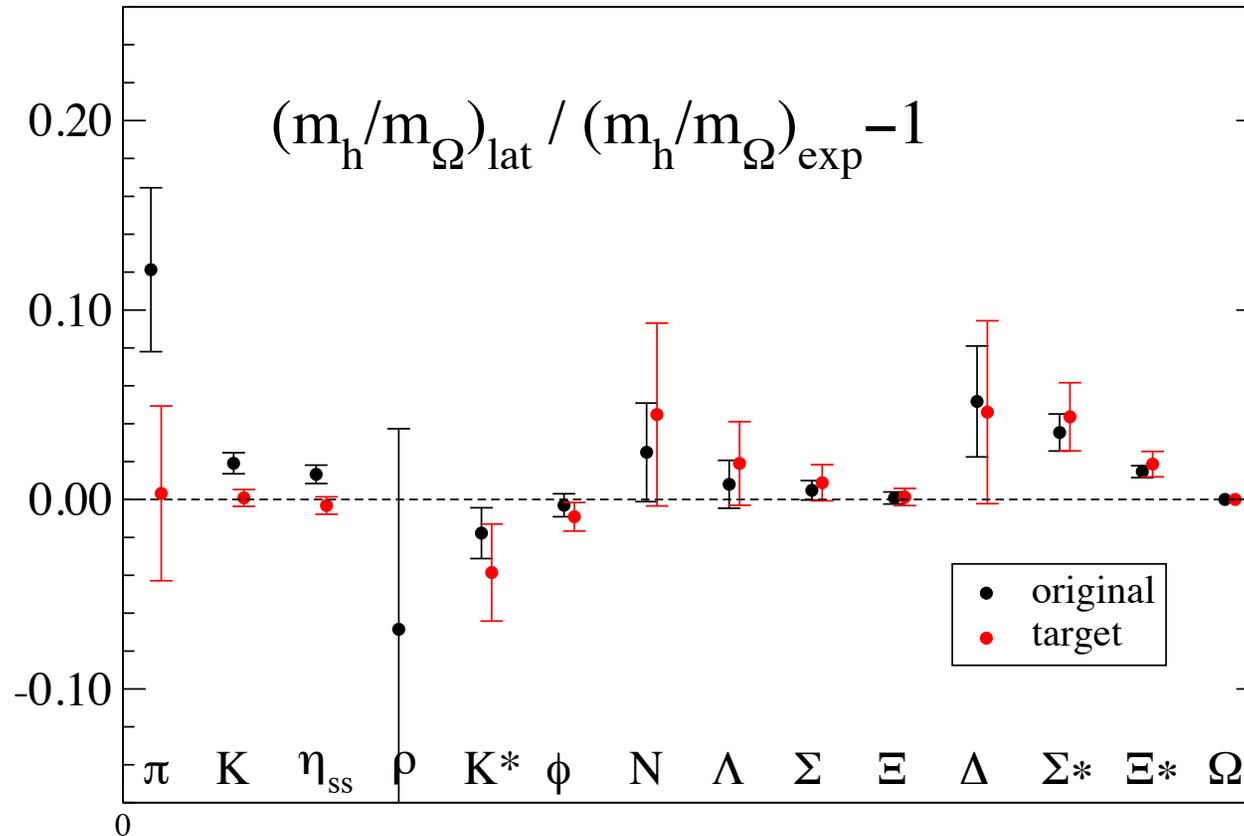
QCD の非摂動的計算: 格子 QCD  $\rightarrow$  陽子・中性子(核子)の質量

クォーク・グルーオン  $\rightarrow$  陽子・中性子  $\rightarrow$  原子核

# $m_\pi = 135$ MeVでの格子QCD結果

$N_f = 2 + 1 (m_u = m_d \neq m_s)$  電磁相互作用効果無し '10 PACS-CS

target =  $m_\pi = 135$  MeV



実験値と数%以内で一致

# $m_\pi = 135$ MeVでの格子QCD結果

$N_f = 1 + 1 + 1 (m_u \neq m_d \neq m_s)$  電磁相互作用効果有り '12 PACS-CS

$$m_{\pi^+} = 137.7(8.0) \text{ MeV}$$

$$m_{K^0} = 492.3(4.7) \text{ MeV}$$

$$m_{K^+} = 497.4(3.7) \text{ MeV}$$

$$m_{K^0} - m_{K^+} = 4.5(1.1) \text{ MeV}$$

実験値と良い一致

近い将来  $m_p - m_N$  の計算も可能

# 1. イントロダクション

強い相互作用

束縛  $\left\{ \begin{array}{ll} \text{陽子・中性子} & \rightarrow \text{原子核} \\ \text{クォーク・グルーオン} & \rightarrow \text{陽子・中性子} \end{array} \right.$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

QCD の非摂動論的計算: 格子 QCD  $\rightarrow$  陽子・中性子 (核子) の質量

クォーク・グルーオン  $\rightarrow$   $\overbrace{\text{陽子・中性子}}^{\text{殻模型}} \rightarrow \text{原子核}$   
格子 QCD

# 1. イントロダクション

強い相互作用

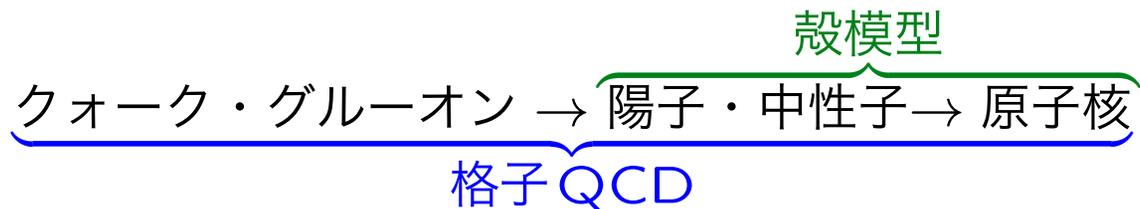
$$\text{束縛} \left\{ \begin{array}{ll} \text{陽子} \cdot \text{中性子} & \rightarrow \text{原子核} \\ \text{クォーク} \cdot \text{グルーオン} & \rightarrow \text{陽子} \cdot \text{中性子} \end{array} \right.$$

強い相互作用の第一原理 QCD

クォーク・グルーオンの自由度

QCD の非摂動的計算: 格子 QCD  $\rightarrow$  陽子・中性子 (核子) の質量

大きな目的: 原子核の性質をクォーク・グルーオンから定量的に理解する



# 1. イントロダクション

大きな目的: 原子核の性質をクォーク・グルーオンから定量的に理解する

核力を用いた方法 [HALQCD:佐々木さん] と異なるアプローチ

格子QCDでは挑戦的な課題

1. 原子核質量の再現

2. 計算や観測の難しい原子核の性質の予言

例: 中性子過剰核

近年の目的

少数束縛状態研究は最近始まった

→ 既知の軽い原子核の質量を再現できるか?

# 格子QCDを用いた少数核子束縛状態

## 近年の格子QCDを用いた少数核子系原子核計算

### 1. ${}^4\text{He} \cdot {}^3\text{He}$ 系

'10 PACS-CS  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.8$  GeV PRD81:111504(R)(2010)

'12 HALQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.47$  GeV,  $m_\pi > 1$  GeV  ${}^4\text{He}$

'12 NPLQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.81$  GeV

### 2. Hダイバリオン ( $\Lambda\Lambda$ , $S=-2$ , $I=0$ )

'88 Iwasaki *et al.*  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.5-0.7$  GeV

'11 NPLQCD  $N_f = 2 + 1$   $m_\pi = 0.39$  GeV

'12 HALQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.47-1.17$  GeV

'11 Luo *et al.*  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.5-1.3$  GeV

'12 NPLQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.81$  GeV

### 3. 二核子系

'11 PACS-CS  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.8$  GeV PRD84:054506(2011)

'12 NPLQCD  $N_f = 2 + 1$   $m_\pi = 0.39$  GeV (Possibility)

'12 NPLQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.81$  GeV

他の系: '12 NPLQCD  $N_f = 2 + 1$   $m_\pi = 0.39$  GeV, '12  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.81$  GeV,

一般的な核力 HALQCD,  $\Omega\Omega$  散乱 Buchoff *et al.*

# 格子QCDを用いた少数核子束縛状態

## 近年の格子QCDを用いた少数核子系原子核計算

### 1. ${}^4\text{He} \cdot {}^3\text{He}$ 系

'10 PACS-CS  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.8$  GeV PRD81:111504(R)(2010)

'12 HALQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.47$  GeV,  $m_\pi > 1$  GeV  ${}^4\text{He}$

'12 NPLQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.81$  GeV

### 2. Hダイバリオン ( $\Lambda\Lambda$ , $S=-2$ , $I=0$ )

'88 Iwasaki *et al.*  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.5-0.7$  GeV

'11 NPLQCD  $N_f = 2 + 1$   $m_\pi = 0.39$  GeV

'12 HALQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.47-1.17$  GeV

'11 Luo *et al.*  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.5-1.3$  GeV

'12 NPLQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.81$  GeV

### 3. 二核子系

'11 PACS-CS  $N_f = 0$   $m_\pi = 0.8$  GeV PRD84:054506(2011)

'12 NPLQCD  $N_f = 2 + 1$   $m_\pi = 0.39$  GeV (Possibility)

'12 NPLQCD  $N_f = 3$   $m_\pi = 0.81$  GeV

本研究の目的: これまでの研究をより信頼性のある計算へ発展させる

$N_f = 2 + 1$  QCD, 軽い  $m_\pi$ , 小さな格子間隔

## 2. 少数核子系束縛状態計算の問題点

慣習的な $^4\text{He}$ 系計算

$$\langle 0 | O_{4\text{He}}(t) O_{4\text{He}}^\dagger(0) | 0 \rangle = \sum_n \langle 0 | O_{4\text{He}} | n \rangle \langle n | O_{4\text{He}}^\dagger | 0 \rangle e^{-E_n t} \xrightarrow{t \gg 1} A_0 e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1. 統計誤差  $\propto \exp\left(N_N \left[m_N - \frac{3}{2}m_\pi\right] t\right)$

2. 膨大な計算コスト

クォーク縮約数  $^4\text{He} = p^2 n^2 = (udu)^2 (dud)^2: 518400$

3. 有限体積上束縛状態判別

束縛エネルギーに似た引力散乱状態の有限体積効果  $\Delta E_0 = E_0 - N_N m_N < 0$

## 2. 少数核子系束縛状態計算の問題点

慣習的な $^4\text{He}$ 系計算

$$\langle 0|O_{4\text{He}}(t)O_{4\text{He}}^\dagger(0)|0\rangle = \sum_n \langle 0|O_{4\text{He}}|n\rangle \langle n|O_{4\text{He}}^\dagger|0\rangle e^{-E_n t} \xrightarrow{t \gg 1} A_0 e^{-E_0 t}$$

少数原子核計算の問題点

1. 統計誤差  $\propto \exp\left(N_N \left[m_N - \frac{3}{2}m_\pi\right] t\right)$

→ 重い質量  $m_\pi = 0.5 \text{ GeV}$  + 多くの測定

2. 膨大な計算コスト PACS-CS PRD81:111504(R)(2010)

クォーク縮約数  $^4\text{He} = p^2 n^2 = (udu)^2 (dud)^2: 518400$

→ コスト削減: 演算子の対称性  $p(n) \leftrightarrow p(n)$ , 並列計算と非並列計算

多体中間子: '10 Detmold and Savage

多体核子: '12 Doi and Endres; Detmold and Orginos; '13 Günther et al.

3. 有限体積上束縛状態判別

束縛エネルギーに似た引力散乱状態の有限体積効果  $\Delta E_0 = E_0 - N_N m_N < 0$

→ 有限体積依存性  $\Delta E = E_0 - N_N m_N$

他の方法: '04 Mathur et al., '05 Ishii et al.

### 3. シミュレーションパラメータ

$$N_f = 2 + 1 \text{ QCD}$$

Iwasakiゲージ作用 + 非摂動的 $O(a)$ 改良 Wilson フェルミオン作用

$$a^{-1} = 2.194 \text{ GeV with } m_\Omega = 1.6725 \text{ GeV } (\beta = 1.90) \quad '10 \text{ PACS-CS}$$

$$m_\pi = 0.51 \text{ GeV and } m_N = 1.32 \text{ GeV}$$

$m_s \sim$  現実の $s$ クォーク質量

四つの体積を用いた $\Delta E_0$ 有限体積依存性

${}^4\text{He}$ ,  ${}^3\text{He}$ , 二体核子 ( ${}^3\text{S}_1$  and  ${}^1\text{S}_0$ )系

$L$	$L$ [fm]	$N_{\text{Traj}}$	$N_{\text{conf}}$	$N_{\text{meas}}$
32	2.9	4000	200	192
40	3.6	2000	200	192
48	4.3	2000	200	192
64	5.8	1900	190	256

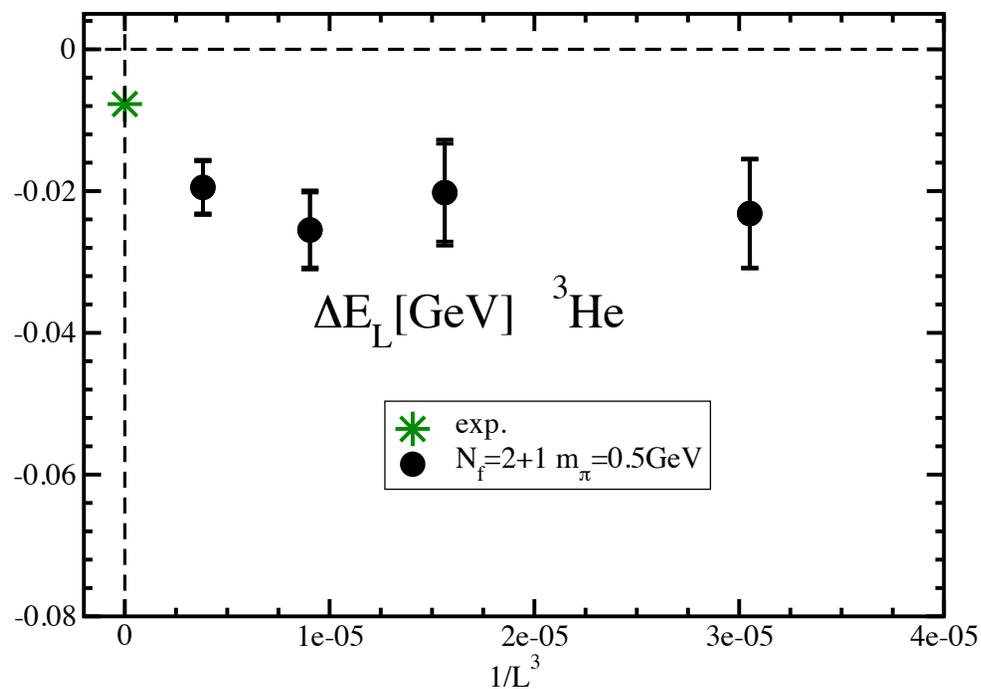
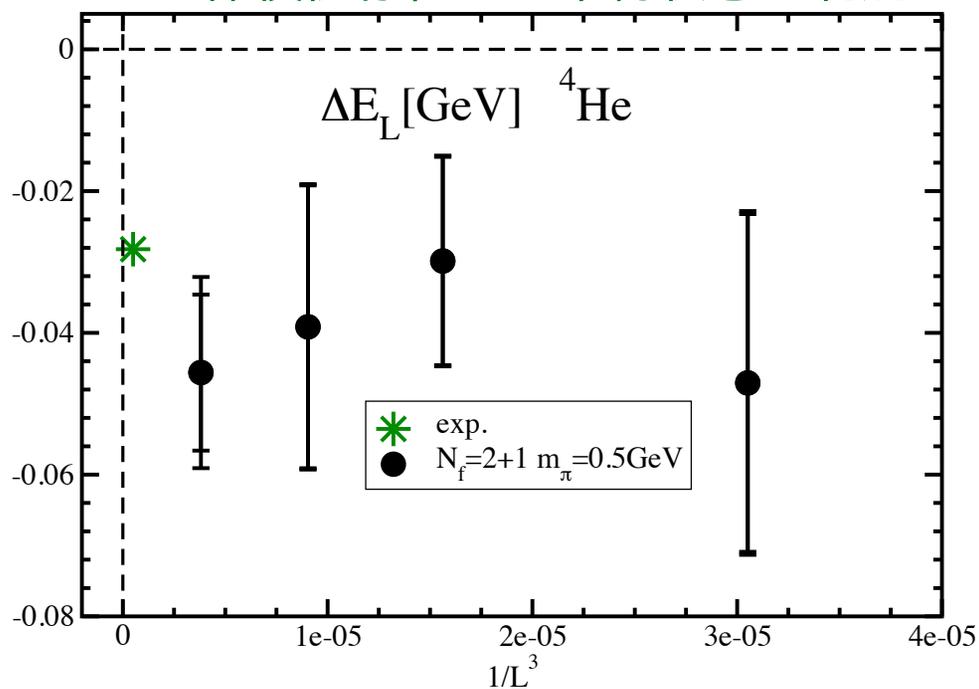
利用計算資源:

PACS-CS, T2K-Tsukuba, HA-PACS at 筑波大, HA8000 at 東大, 「京」 at 理研 AICS

## 4. 結果

$${}^4\text{He}, {}^3\text{He系} \quad \Delta E_L = E_0 - N_N m_N$$

$\Delta E$  の体積依存性から束縛状態の判別

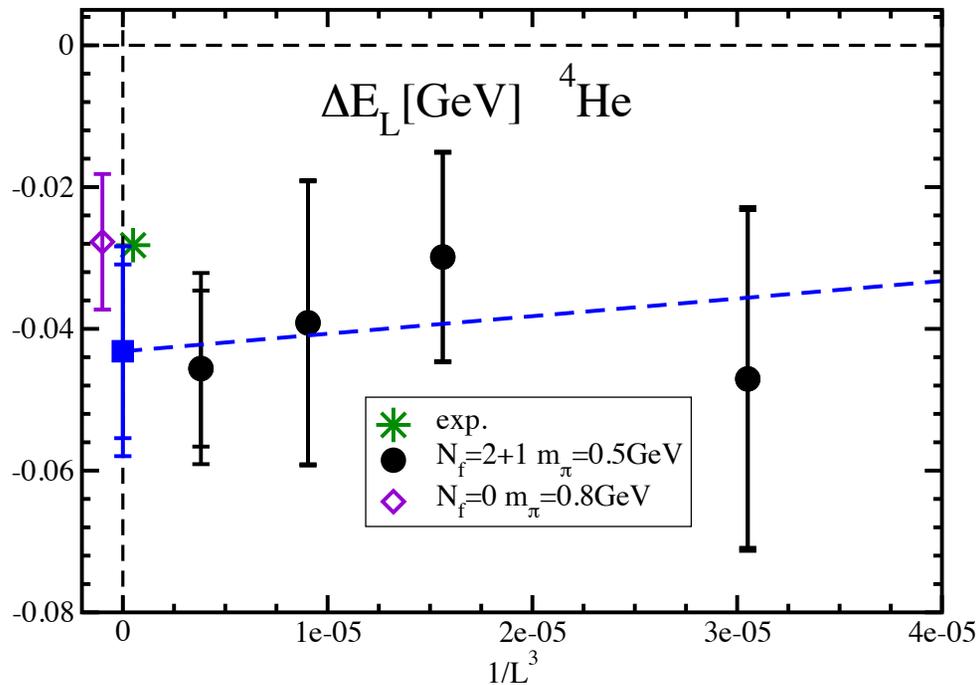


- $\Delta E_L < 0$  で体積依存性は小さい
- 無限体積極限外挿:  $\Delta E_L = -\Delta E_{\text{bind}} + C/L^3$

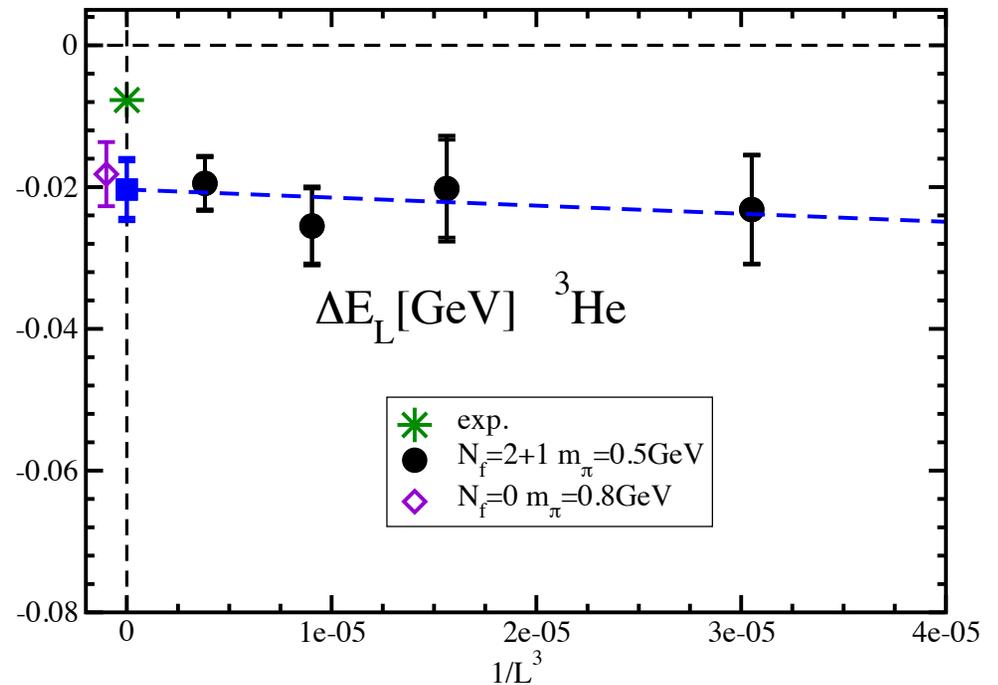
## 4. 結果

${}^4\text{He}, {}^3\text{He}$ 系  $\Delta E_L = E_0 - N_N m_N$

$\Delta E$  の体積依存性から束縛状態の判別



$$\Delta E_{4\text{He}} = 43(12)(8) \text{ MeV}$$



$$\Delta E_{3\text{He}} = 20.3(4.0)(2.0) \text{ MeV}$$

1. 二つの系で束縛状態を確認

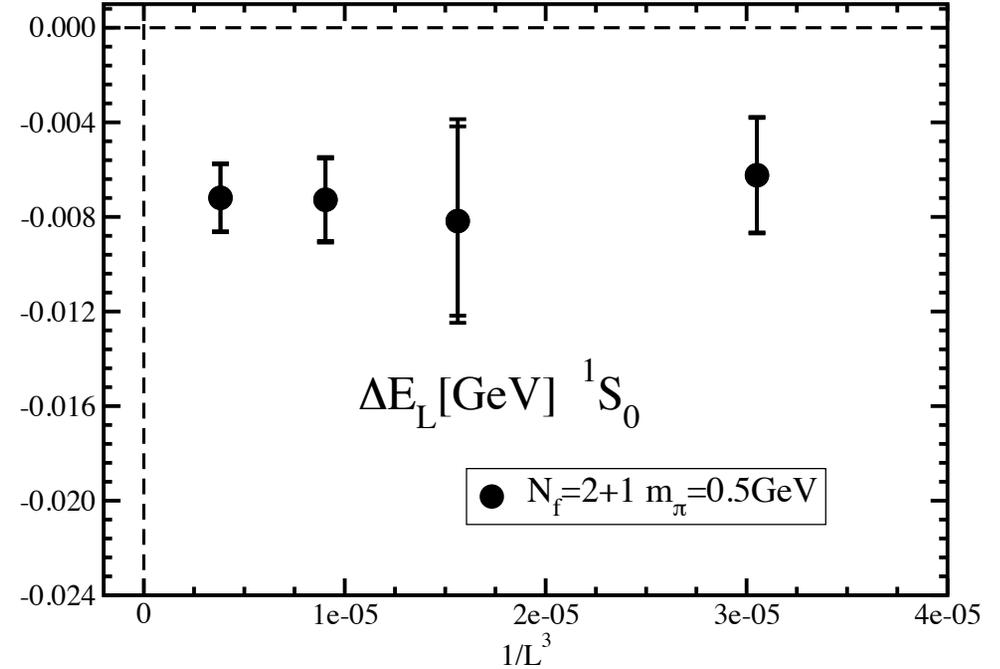
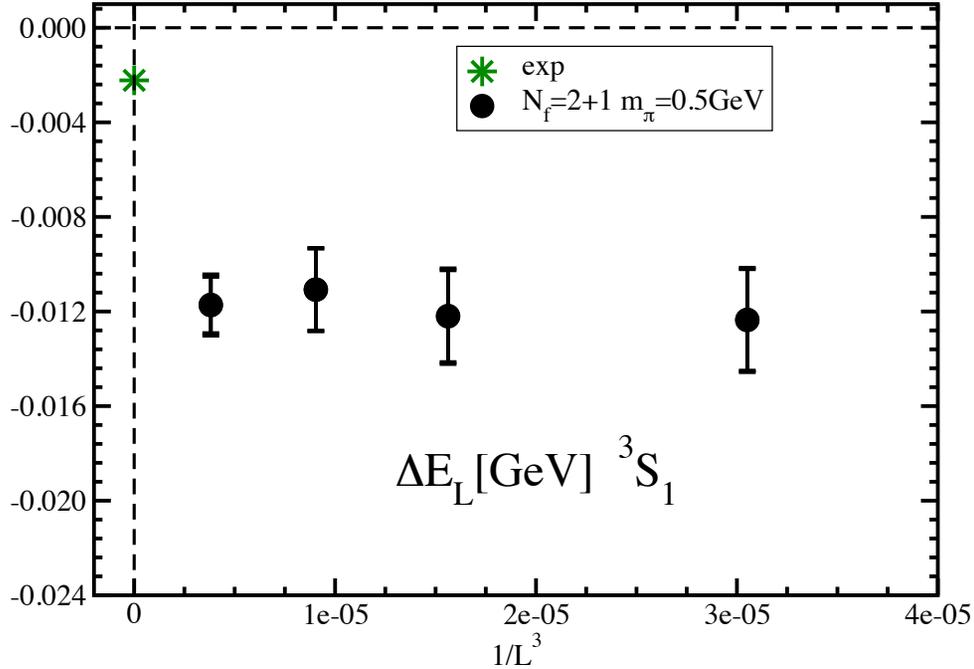
2. 束縛エネルギーは実験値と同じオーダー

白抜きシンボル:  $N_f = 0$  結果 at  $m_\pi = 0.8 \text{ GeV}$ , PRD81:111504(R)(2010)

## 4. 結果

二核子系 ( $^3S_1$ ,  $^1S_0$ )  $\Delta E_L = E_0 - 2m_N$

$\Delta E$  の体積依存性から束縛状態の判別



- $\Delta E_L < 0$  で体積依存性は小さく、統計誤差は  $^4\text{He}$ ,  $^3\text{He}$  系より小さい
- Lüscher の有限体積公式を基にした  $\Delta E_L$  無限体積極限外挿:

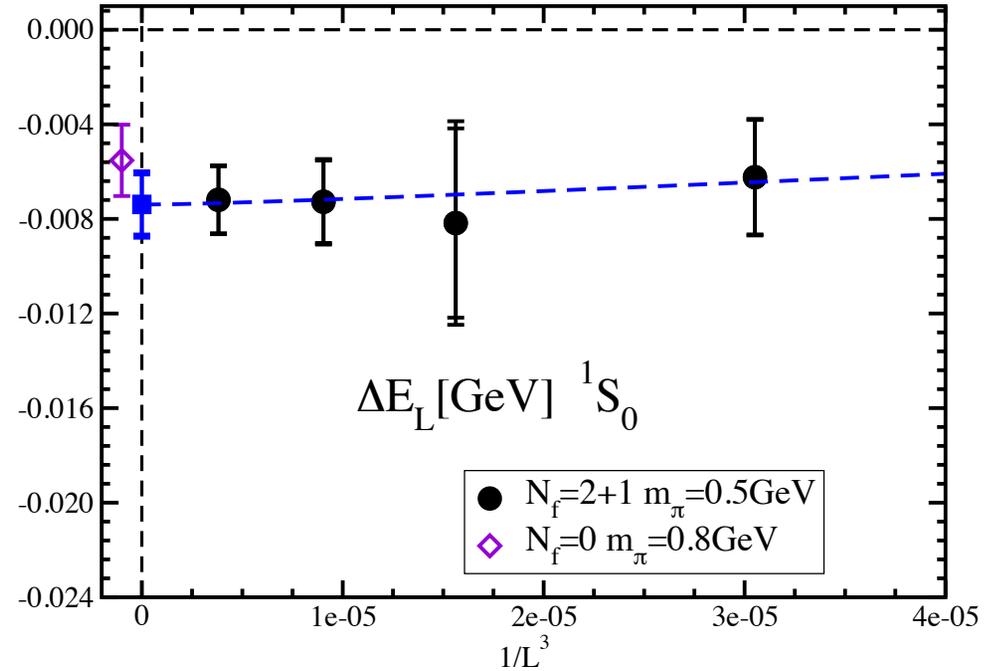
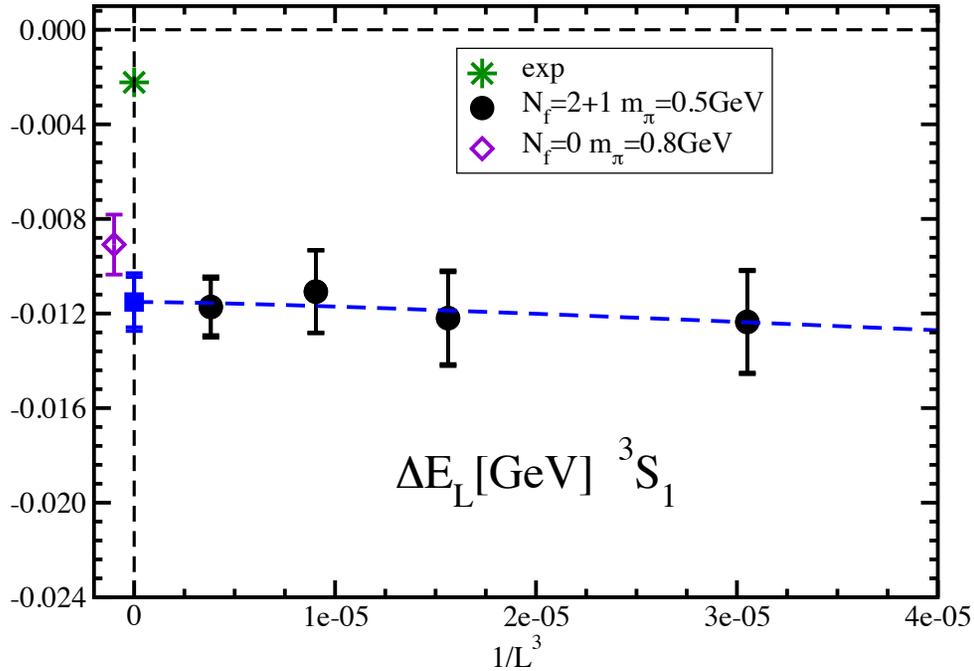
$$\Delta E_L = -\frac{\gamma^2}{m_N} \left\{ 1 + \frac{C_\gamma}{\gamma L} \sum_{\vec{n}}' \frac{\exp(-\gamma L \sqrt{\vec{n}^2})}{\sqrt{\vec{n}^2}} \right\}, \quad \Delta E_{\text{bind}} = \frac{\gamma^2}{m_N}$$

'04 Beane *et al.*, '06 Sasaki & TY

## 4. 結果

二核子系 ( ${}^3S_1$ ,  ${}^1S_0$ )  $\Delta E_L = E_0 - 2m_N$

$\Delta E$  の体積依存性から束縛状態の判別



二つの系で束縛状態を確認

$$\Delta E_{3S_1} = 11.5(1.1)(0.6) \text{ MeV}$$

$$\Delta E_{1S_0} = 7.4(1.3)(0.6) \text{ MeV}$$

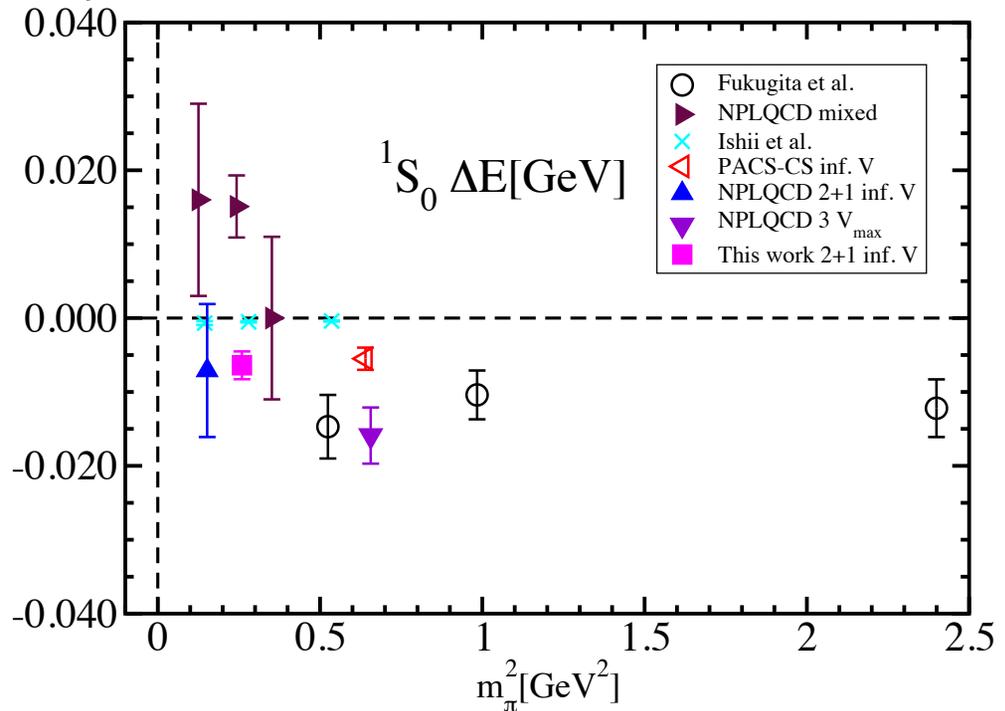
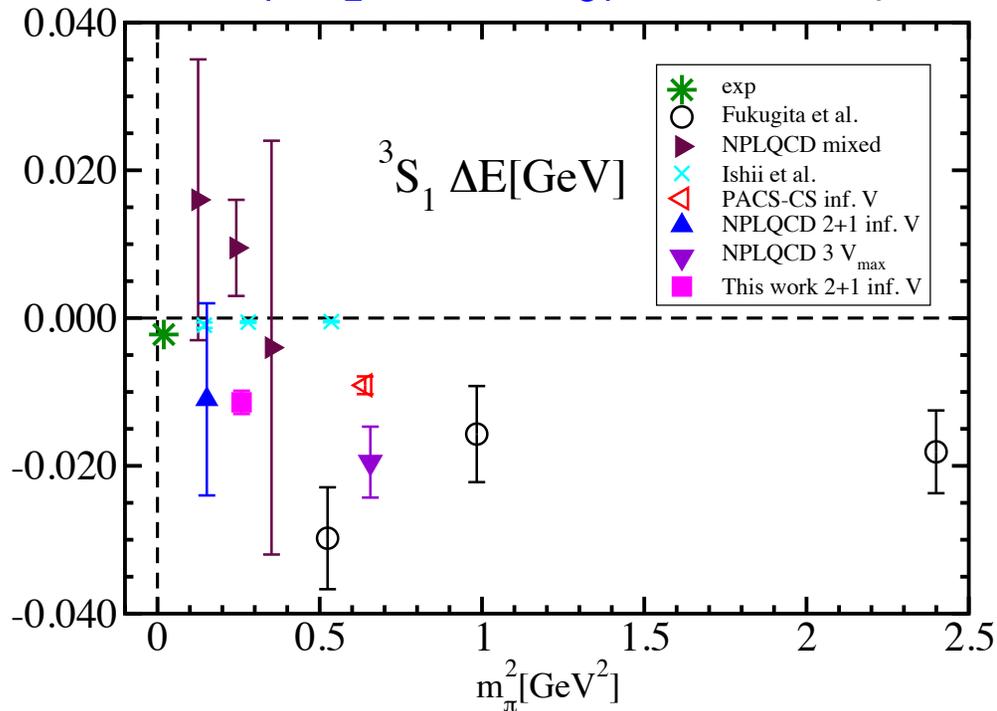
実験では観測されていない

束縛エネルギーは実験値と同じオーダー

白抜きシンボル:  $N_f = 0$  結果 at  $m_\pi = 0.8 \text{ GeV}$ , PRD81:111504(R)(2010)

# これまでの結果との比較 $\Delta E$

二核子系 ( $^3S_1$  and  $^1S_0$ ) 束縛状態 (の可能性)



白抜きシンボル:  $N_f = 0$  結果

おおむね一致した結果

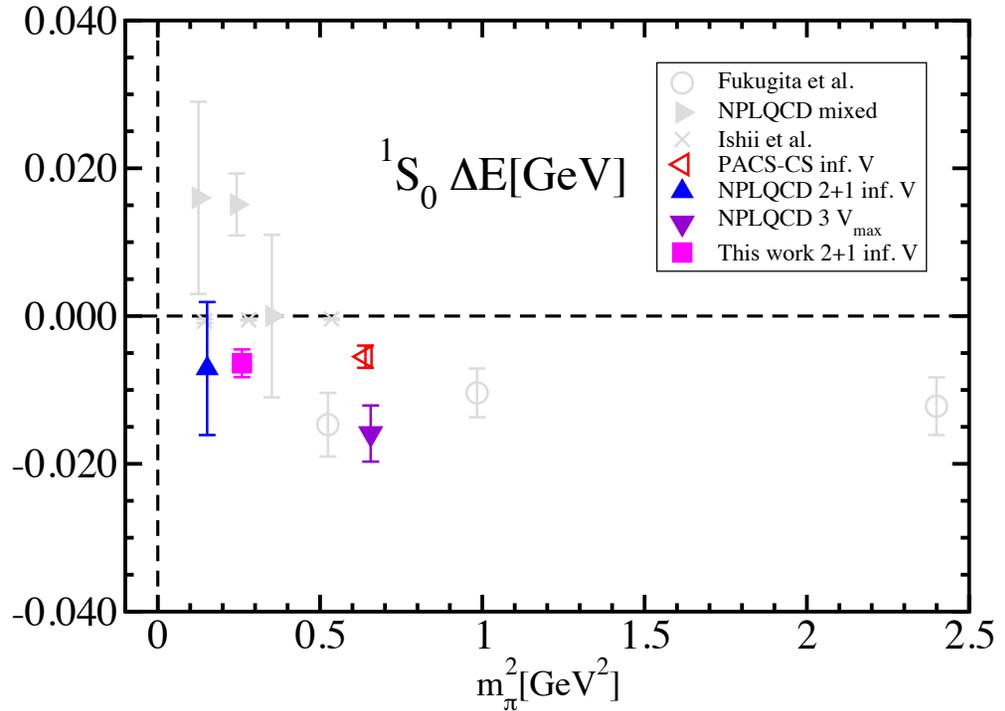
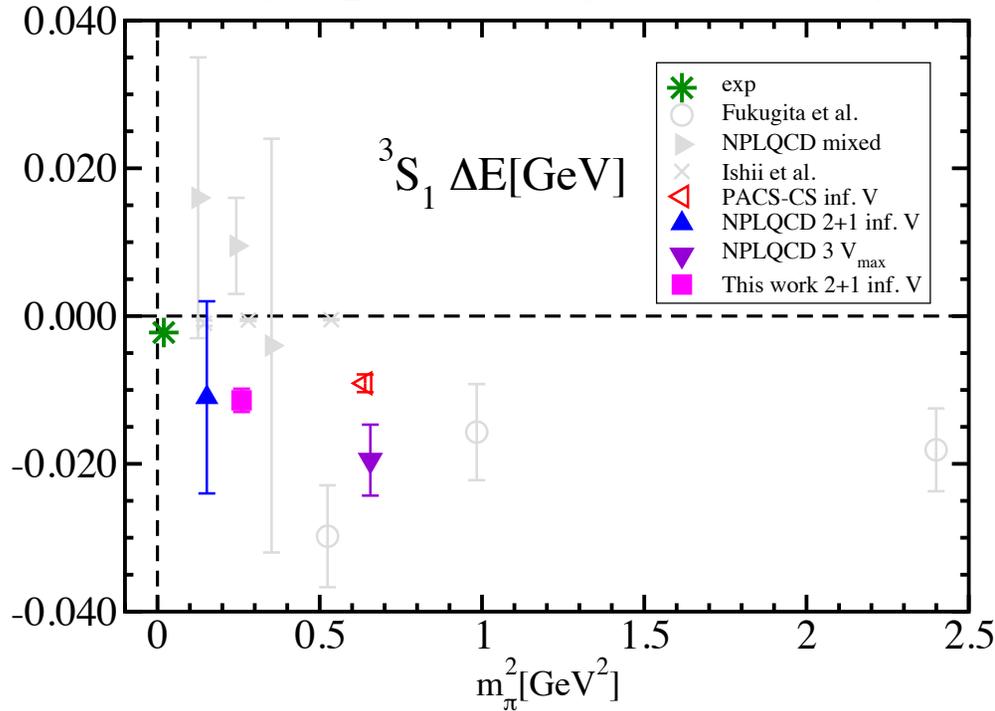
$N_f = 0 \leftrightarrow N_f = 3$  の違い  $\rightarrow$  クォーク真空偏極効果?

$N_f = 2 + 1 \leftrightarrow N_f = 3$  の違い  $\rightarrow$  クォーク質量依存性?

これまでの結果との定量的な違いや、実験結果との定性的な違いを理解する  
 系統誤差の見積もりやクォーク質量依存性の調査が必要

# これまでの結果との比較 $\Delta E$

二核子系 ( $^3S_1$  and  $^1S_0$ ) 束縛状態 (の可能性)



白抜きシンボル:  $N_f = 0$  結果

おおむね一致した結果

$N_f = 0 \leftrightarrow N_f = 3$  の違い  $\rightarrow$  クォーク真空偏極効果?

$N_f = 2 + 1 \leftrightarrow N_f = 3$  の違い  $\rightarrow$  クォーク質量依存性?

これまでの結果との定量的な違いや、実験結果との定性的な違いを理解する  
 系統誤差の見積もりやクォーク質量依存性の調査が必要

## 5. まとめ

昨年度までの試験的計算を  $N_f = 2 + 1$  へ適用

- これまでよりも軽い  $m_\pi = 0.5$  GeV
- $\Delta E_0$  の有限体積依存性から束縛状態を判別

無限体積極限で  $\Delta E \neq 0$

→  $m_\pi = 0.5$  GeV では  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^3S_1$ ,  ${}^1S_0$  に束縛状態 (原子核)

- $\Delta E$  は実験値と同じオーダー →  $N_f = 0$  と類似
- ${}^1S_0$  系に現実には存在しない束縛状態 → 他グループの計算も同様の結果  
束縛状態の可能性  $N_f = 2 + 1$  at  $m_\pi = 0.39$  GeV ('12 NPLQCD)  
深い束縛状態  $N_f = 3$  at  $m_\pi = 0.8$  GeV ('12 NPLQCD)

系統誤差の見積もりやクォーク質量依存性の調査が必要

(0.7 GeV ←)  $m_\pi = 0.5$  GeV → 0.3 GeV →  $m_\pi = 0.135$  GeV (課題1)