

助言、提案の欲しい問題：磁気流体コードへの異常抵抗の実装について

使用する計算機（予定も含む）：cfca xc30

用いる言語：FORTRAN

質問など：今年千葉大学で行われた天体 MHD サマースクールに参加した者です。サマースクールで作成した MHD コードを現在研究に用いています。HLLD スキームのコードなのですが、太陽フレアの問題を解くため、そこに異常抵抗を導入したいと考えています。ソースタームに異常抵抗による電流の拡散項を入れたのですが、差分化の問題なのか、数値振動が起きてしまって、なんとも計算がうまく行きません。何か良い方法があれば教えていただければありがたいです。よろしくをお願いします。

回答：異常抵抗を MHD 方程式に導入するには、

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\eta \mathbf{J}) = \eta \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \eta \times (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\nabla \cdot (\eta \mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \nabla \times \mathbf{B} \\ \eta &= \eta(\mathbf{J}(\mathbf{x})) \end{aligned} \quad (3)$$

の方程式を解くこととなります（該当箇所のみ記述）。一様抵抗（ $\eta = \text{const.}$ ）の場合は、式(1)右辺第二項は消えて、通常の拡散方程式となります。この場合、（電流ではなく）磁場の拡散方程式となりますが、この形で解いていますでしょうか？以下では、拡散方程式の安定性条件 $\Delta t < \frac{\Delta x^2}{2\eta}$ を満たしていると仮定します（ Δx 、 Δt はそれぞれ空間、時間刻み幅）。

異常抵抗はその場での電流密度（ \mathbf{J} ）の関数、すなわち場所の関数となります。式(1)の右辺第二項を落として計算すると、 $\text{div}(\mathbf{B})$ の時間発展式にソース項が残ることになるので、 $\text{div}(\mathbf{B})$ 生成によって数値不安定化します。そのため、異常抵抗モデルの場合は式(1)右辺の第二項を含めて計算する必要があります。

有限体積法では、HLLD 法等で求めたセル境界での数値フラックスに、（例えば x 方向のフラックスに）

$$(\eta \mathbf{J})_{i\pm 1/2, j, k} = 0.5 [(\eta \mathbf{J})_{i, j, k} + (\eta \mathbf{J})_{i\pm 1, j, k}]$$

のような算術平均した $\eta \mathbf{J}$ 項を加えて計算します。ソース項として式(1)の右辺のように解いても良いかと思いますが、最後の項を落とさないようご注意ください。

エネルギー方程式(2)も同様にして解きます。